

UTILIZAÇÃO DA TRANSFORMADA WAVELET COMPLEXA, AGRUPAMENTO E INTEGRAL FUZZY NO RECONHECIMENTO DE FACES HUMANAS

ANDRÉ LUIZ NOGUEIRA*, JUNIOR LEAL DO PRADO†

**Instituto Federal de Sergipe
Lagarto, Sergipe, Brasil*

*†Instituto Federal de Sergipe
Aracaju, Sergipe, Brasil*

Emails: andreln27@yahoo.com, jrprado@gmail.com

Resumo— Neste artigo, apresentamos um método para o reconhecimento de faces combinando a Transformada Wavelet Complexa, Análise de Componentes Principais (PCA), o Agrupamento Fuzzy e Integral Fuzzy. O método proposto é dividido basicamente em quatro etapas, em que a primeira utiliza a Transformada Wavelet Complexa para extração de características das faces. A segunda etapa consiste na aplicação da PCA às imagens obtidas anteriormente. Em seguida, é aplicado o Agrupamento Fuzzy que determinará os protótipos (centros) de cada classe e, por fim, na última etapa é utilizada a Integral Fuzzy, responsável pela fusão dos classificadores. Os resultados experimentais feitos utilizando-se imagens da base Yale e revelam que o algoritmo proposto apresentou um desempenho superior aos algoritmos que utilizam apenas uma das subimagens obtidas após a aplicação da Transformada Wavelet Complexa.

Keywords— agrupamento fuzzy, integral fuzzy, reconhecimento de padrões, transformada wavelet, PCA

1 Introdução

O reconhecimento de faces é uma subárea do reconhecimento de padrões, que vem recebendo uma atenção especial devido a suas aplicações comerciais, de segurança e militares.

Uma imagem de $q \times p$ pixels pode ser representada por um vetor em um espaço de dimensão qp . Essa dimensão pode ser muito alta comprometendo a robustez e a velocidade do reconhecimento.

Um modo comum para resolver esse problema é utilizar técnicas para redução e seleção de características. Uma das mais populares é a Análise de Componentes Principais (Bruce A. Draper and Bevedge, 2003; Kyung-A Kim and Choi, 2004).

A PCA projeta os dados originais em um subespaço de dimensão reduzida, preservando a maior parte da informação original. Além da PCA, outra abordagem vem sendo empregada no reconhecimento de faces envolve a Transformada Wavelet (Goswami and Chan, 2011; Kyung-A Kim and Choi, 2004; Water, 1999). Nos trabalhos iniciais, a Transformada Wavelet era aplicada na compressão, redução de ruído e detecção de características de imagens. Recentemente, foi proposta a Transformada Wavelet Complexa de árvore dupla (TWC-AD) que supera a Transformada Wavelet (real), pois é aproximadamente invariante a deslocamentos e apresenta um desempenho superior na detecção de bordas de imagens (Liu and Dai, 2009; Ivan W. Selesnick and Kingsbury, 2005).

Atualmente, no reconhecimento de padrões, vem sendo utilizada a Análise de Agrupamentos Fuzzy (Bezdek, 1981; Bezdek and Dunn, 1975), cujo objetivo é classificar os dados de acordo com

a similaridade entre eles e organizá-los em grupos.

Considerando as diferentes performances dos classificadores, é desejável que sua fusão produza classificadores com desempenhos melhores do que aqueles obtidos utilizando os classificadores individualmente. Baseado em Kwak and Pedrycz (2004), a Integral Fuzzy pode ser usada para fusão de classificadores.

O algoritmo proposto utiliza para extração de características das imagens a Transformada Wavelet Complexa e a PCA, já para a classificação as técnicas empregadas são Agrupamento Fuzzy e Integral Fuzzy.

Diante de uma revisão bibliográfica recentemente realizada, foi constatado que a fusão dessas abordagens supracitadas em um único algoritmo, visando ao reconhecimento de faces, ainda não foi muito explorada. Comprova-se esse fato devido a uma reduzida quantidade de publicações no meio científico que utilizam essas técnicas integradas. Nesse ínterim, o presente artigo vem contribuir com alguns passos, nesta direção, e evidenciar a superioridade do algoritmo proposto quando comparada aos classificadores individualmente.

2 PCA

A Análise de Componentes Principais (Bruce A. Draper and Bevedge, 2003; Kyung-A Kim and Choi, 2004; Martinez and Kak, 2001) é usada para determinar um subespaço, cujos vetores da base correspondem à direção de máxima variância no espaço original. Uma imagem de $q \times p$ pixels pode ser associada a um vetor de dimensão qp .

A PCA é capaz de transformar um espaço de dimensão M em um espaço de dimensão N ($M \gg N$), preservando a maior parte dos dados

originais. O algoritmo PCA é descrito a seguir.

A base de vetores PCA é calculada a partir de um conjunto I , de imagens de treinamento. Primeiramente, as matrizes associadas às imagens são concatenadas formando um vetor e, feito isso, calcula-se a média desse conjunto. A seguir, subtrai-se a média de cada um dos vetores de I , obtendo I_1, I_2, \dots, I_n .

Esses vetores são arranjados em uma matriz X , um vetor por coluna.

$$X = [I_1, I_2, \dots, I_n]. \quad (1)$$

onde, $M = XX^T$ é a matriz de covariância do conjunto de treinamento. Os componentes principais são calculados resolvendo a equação:

$$R^T(XX^T)R = \Lambda. \quad (2)$$

onde Λ , é a matriz diagonal de autovalores e R é a matriz dos autovetores. O autovetor associado ao maior autovalor indica a característica de maior variância; o autovetor associado ao segundo maior autovalor é ortogonal ao primeiro e, assim sucessivamente. Os autovalores são ordenados e apenas N autovetores associados aos maiores autovalores são usados para definir o subespaço (PCA) que, consequentemente, terá dimensão N .

No algoritmo proposto, a PCA é executada nas subimagens obtidas após a aplicação da Transformada Wavelet Complexa.

3 Transformada Wavelet Complexa

A Transformada Wavelet Real (TWR) (Kyung-A Kim and Choi, 2004; P.C.Yuen and G.C.Feng, 1998) é uma poderosa ferramenta na resolução de problemas das ciências e engenharia. Entre eles podemos destacar: redução de ruído em sinais de áudio e imagens, compressão de sinais, detecção de objetos e reconhecimento de imagens. A TWR é sensível a oscilações e não é invariante a deslocamentos.

A Transformada Wavelet Complexa (TWC) (Liu and Dai, 2009; Ivan W. Selesnick and Kingsbury, 2005) surge como uma alternativa que supera a TWR, já que é menos sensível a oscilações e é aproximadamente invariante a deslocamentos.

Na figura 2, tem-se coeficientes obtidos após a aplicação da TWR na função apresentada na figura 1. Nota-se que no gráfico da figura 2, tem-se uma oscilação o que dificulta a localização de singularidades. Todavia, quando aplicamos a mesma função à TWC e geramos um gráfico com a magnitude dos coeficientes Wavelets, temos o gráfico da figura 3, cujo ponto de singularidade é bem mais fácil de ser determinado, já que o gráfico não apresenta oscilações.

Na figura 4, tem-se, na primeira linha, dois gráficos da mesma função: um deslocado em relação ao outro. Os gráficos da segunda linha foram

obtidos aplicando a TWR nas funções da primeira linha. Pode ser observado que esses gráficos são diferentes, ou seja, representações diferentes para a mesma função, o que não é desejável quando se está trabalhando com reconhecimento de padrões. Os gráficos na segunda linha da figura 5, foram obtidos aplicando a TWC. Nesse caso, observa-se que os gráficos são praticamente os mesmos, logo, um pequeno deslocamento não perturba a representação do sinal após a aplicação da Transformada.

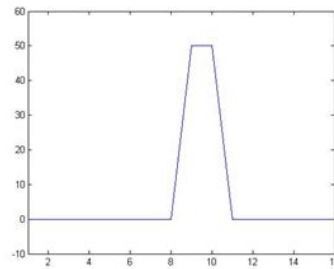


Fig. 1. Sinal Original

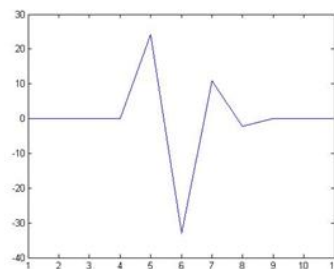


Fig. 2. Sinal obtido após aplicação da TWR

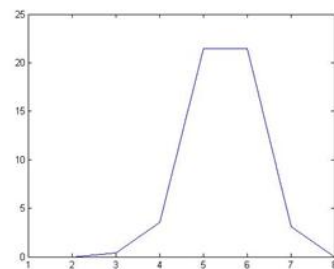


Fig. 3. Sinal obtido após aplicação da TWC

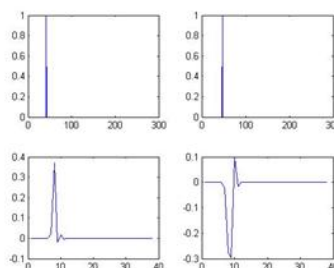


Fig. 4. Sinais Original (Originais), transladado e sinais obtidos após aplicação da TWR

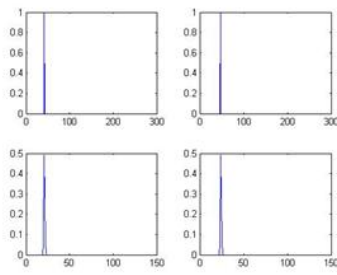


Fig. 5. Sinais Original (Originais), trasladado e sinais obtidos após aplicação da TWC

Uma abordagem para implementar a TWC é a chamada TWC de árvore dupla (TWC-AD) que emprega duas Transformadas Wavelets Discretas Reais (TWDR). A primeira determina a parte real e, a segunda, a parte imaginária da TWC-AD, ou seja, $\psi(t) = \psi_h(t) + j\psi_g(t)$, $j^2 = -1$.

A TWC-AD-2D é caracterizada por seis Wavelets:

$$\begin{aligned}\psi^1(x, y) &= \phi(x)\psi(y) \\ \psi^2(x, y) &= \psi(x)\psi(y) \\ \psi^3(x, y) &= \psi(x)\phi(y) \\ \psi^4(x, y) &= \psi(x)\bar{\phi}(y) \\ \psi^5(x, y) &= \bar{\psi}(x)\phi(y) \\ \psi^6(x, y) &= \phi(x)\bar{\psi}(y)\end{aligned}\quad (3)$$

onde $\psi(x) = \psi_h(x) + j\psi_g(x)$ e $\phi(x) = \phi_h(x) + j\phi_g(x)$ são funções Wavelet e escala em uma dimensão.

Cada nível da Transformada está associada a doze subimagens, seis imagens que correspondem à parte real e seis à parte imaginária da Transformada, cujos coeficientes são correspondentes aos ângulos $-75^\circ, -45^\circ, -15^\circ, 75^\circ, 45^\circ, 15^\circ$ conforme pode ser observado na figura 7.

A TWC também apresenta uma melhor seletividade direcional do que a TWR conforme pode ser notado nas figuras 9 a e 10.

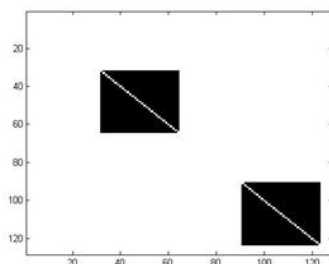


Fig. 6. Imagem Original

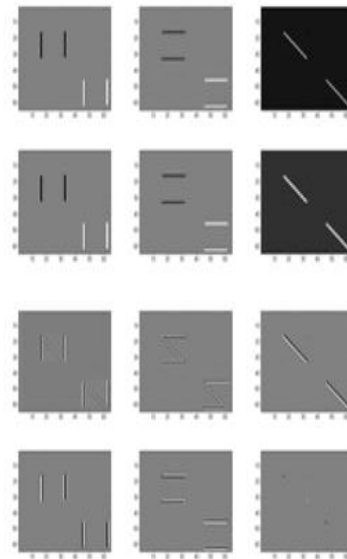


Fig. 7. Subimagens obtidas após aplicação da TWC

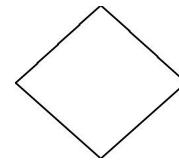


Fig. 8. Imagem Original

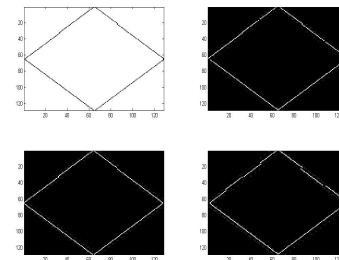


Fig. 9. Subimagens obtidas após aplicação da TWR

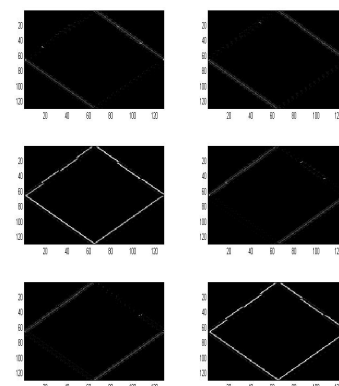


Fig. 10. Subimagens obtidas após aplicação da TWC

A TWC foi utilizada neste trabalho com objetivo de reduzir efeitos indesejáveis causados por

variação de iluminação, o que poderia comprometer o reconhecimento. Outra característica importante é sua seletividade direcional que permite a detecção de bordas em diferentes resoluções.

4 Agrupamento Fuzzy

O agrupamento é uma técnica de classificação não supervisionada de padrões (dados) em grupos (clusters). Intuitivamente, padrões semelhantes devem estar no mesmo grupo e padrões distintos devem estar em grupos diferentes.

O algoritmo c-means (Bezdek, 1981; Bezdek and Dunn, 1975) é utilizado para determinar agrupamentos e seus centros. A relação entre o dado e o agrupamento (centros) é feita através de um grau de pertinência que pode variar em $[0, 1]$, em que 0 indica exclusão total desse dado do agrupamento e 1 indica inclusão total do dado no agrupamento. Quanto mais próximo do(s) centro(s) o dado estiver, maior será seu grau de pertinência.

Os dados $X = \{x_k | k = 1, \dots, n\}$ são classificados minimizando uma função objetivo baseada em uma norma e nos centros dos agrupamentos. A função objetivo é uma soma ponderada dos erros quadráticos entre os grupos que é definida por

$$J_m(X, U, V) = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c \mu_{ik}^m \|x_k - v_i\|_A^2 \quad (4)$$

sendo que $1 \leq m \leq \infty$, onde

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_c\}, v_i \in R^n \quad (5)$$

é o conjunto dos centros dos agrupamentos e $U = (\mu_{ik})$ é uma matriz em que cada elemento μ_{ik} representa o grau de pertinência de x_k no agrupamento i .

Se $\|x_k - v_i\|_A^2 > 0 \forall i, k$ então U, V podem minimizar J_m apenas quando $m > 1$ e

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m x_k}{\sum_{k=1}^n (\mu_{ik})^m}, \quad 1 \leq i \leq c, \quad (6)$$

$$\mu_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{\|x_k - v_i\|_A^2}{\|x_k - v_j\|_A^2} \right)^{\frac{1}{m-1}}} \quad (7)$$

$1 \leq i \leq c$ e $1 \leq k \leq n$.

O algoritmo c-means foi utilizado para se determinar os centros de cada classe (ou grupo) que, posteriormente, foram usados no cálculo da função de pertinência μ_{ik} .

4.1 Integral Fuzzy

Integrais Fuzzy (Michel Grabisch and Sugeno, 2000; Kwak and Pedrycz, 2004) são funcionais

não-lineares definidos com relação a uma Medida Fuzzy. Um conjunto de funções:

$$g : P(Y) \rightarrow [0, 1] \quad (8)$$

($P(Y)$ denota a família de todos os subconjuntos de Y) é chamado uma Medida Fuzzy se as seguintes condições forem satisfeitas:

1. $g(\emptyset) = 0, g(Y) = 1$;
2. $g(A) \leq g(B), A \subset B, \forall A, B \in P(Y)$;
3. $\lim_{i \rightarrow \infty} g(A_i) = g(\lim_{i \rightarrow \infty} A_i)$.

se $\{A_i\}_{i=1}^\infty$ é uma sequência de conjuntos mensuráveis, uma Medida g_λ Fuzzy satisfaz a propriedade adicional:

$$g(A \cup B) = g(A) + g(B) + \lambda g(A)g(B)$$

para todo $A, B \subset Y, A \cap B = \emptyset$ e para algum $\lambda > -1$.

O valor de λ pode ser determinado a partir da condição $g(\lambda) = 1$, resolvendo

$$g_\lambda(Y) = \frac{1}{\lambda} \left(\prod_{i=1}^n (1 + \lambda g^i) - 1 \right), \lambda \neq 0$$

onde $\lambda \in (-1, \infty)$ e g^i é o valor da função densidade. O cálculo da Integral Fuzzy com relação à Medida g_λ -Fuzzy com os valores da função densidade g^i . Estes valores podem ser interpretados como grau de importância de cada um dos classificadores.

De acordo com (Kwak and Pedrycz, 2004), a Integral Fuzzy da função h calculada sobre Y com relação à Medida Fuzzy g é definida por:

$$\int_Y h(y) \circ g(\cdot) = \sup_{\alpha \in [0, 1]} [\min[\alpha, g(\{y | h(y) \geq \alpha\})]]. \quad (9)$$

Quando os valores de $h(\cdot)$ são ordenados em uma sequência decrescente, a Integral Fuzzy de Sugeno é calculada como segue abaixo:

$$\int_Y h(y) \circ g(\cdot) = \max_{i=1}^n [\min(h(y_i), g(A_i))]. \quad (10)$$

onde $A_i = \{y_1, \dots, y_n\}$ denota um subconjunto de elementos do universo de discurso.

Os valores de $g(A_i)$ assumidos pela Medida Fuzzy sobre o subconjunto de elementos correspondentes é determinado por:

1. $g(A_1) = g(\{y_1\}) = g^1$
2. $g(A_i) = g^i + g(A_{i-1}) + \lambda g^i g(A_{i-1}), \quad 1 \leq i \leq n$.

A equação (10) não verifica a propriedade de extensão da Integral de Lebesgue, isto é, quando a medida é aditiva a expressão acima não retorna à integral no sentido de Lebesgue.

Para contornar isso, (Toshiaki Murofushi, 1988) propuseram a chamada Integral de Choquet calculada da seguinte maneira:

$$\int_Y h(y)dg(\cdot) = \sum_{i=1}^n [h(y_i) - h(y_{i+1})]g(A_i)h(y_{n+1}). \quad (11)$$

onde $A_i = \{y_1, \dots, y_n\}$ denota um subconjunto de elementos do universo de discurso.

No algoritmo proposto, os valores $h(y_{ik})$ da classe k no classificador i são calculados da seguinte forma:

$$h(y_{ik}) = \sum_{\mu_{ij} \in C_k} (\mu_{ij})/N_k. \quad (12)$$

Os valores de g^i foram obtidos a partir de

$$g^i = \frac{w_i p_i}{\sum_i p_i} \quad (13)$$

onde p_i denota a taxa de reconhecimento de cada classificador para um conjunto de treinamento, os valores w_1, w_2, \dots, w_3 são pesos associados a cada classificador e foram obtidos experimentalmente.

5 Algoritmo Proposto

O algoritmo proposto para Reconhecimento de Faces Humanas baseado na Transformada Wavelet Complexa, PCA, Agrupamento Fuzzy e Integral Fuzzy divide-se em dois estágios:

5.1 Estágio 1: Treinamento

Primeiro são selecionadas C imagens de cada classe (pessoa) e, se a base de imagens possui k classes, são selecionadas Ck imagens. A cada imagem selecionada é aplicada Transformada Wavelet Complexa, obtendo-se doze subimagens $I1, I2, \dots, I12$. Seja $CI1$ o conjunto das subimagens $I1$, $CI2$ o conjunto das subimagens $I2$ e assim por diante. Depois de concatenar cada uma das matrizes associadas às subimagens obtidas na etapa anterior, é aplicada a PCA a cada um dos conjuntos $CI1, \dots, CI12$, obtendo-se os subespaços $S1, S2, \dots, S12$. Na última etapa, o algoritmo c-means é aplicado a cada um dos subespaços gerados anteriormente, obtendo-se os centros de cada grupo.

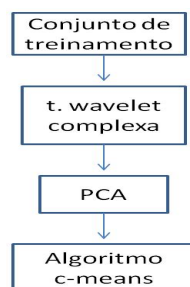


Fig. 11. Estágio 1

5.2 Estágio 2: Teste

Após a escolha da imagem que será submetida ao reconhecimento, aplica-se a Transformada Wavelet Complexa, obtendo-se doze subimagens $T1, T2, \dots, T12$. Cada subimagem é projetada no subespaço correspondente, isto é, $T1$ é projetada em $S1$, $T2$ em $S2$ e assim sucessivamente. O algoritmo c-means fornece a função de pertinência associada ao vetor em cada uma das classes e em cada subespaço. A Integral Fuzzy é responsável pela fusão das funções de pertinência.

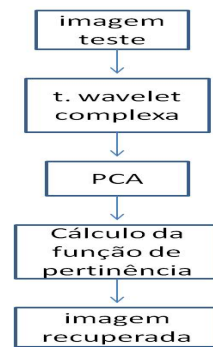


Fig. 12. Estágio 2

6 Resultados Experimentais

O algoritmo proposto foi implementado utilizando-se o software Matlab 7.6 (R2008a)®, em um notebook LG, Intel Core i5, com 4G de memória RAM.

Foram realizados testes utilizando-se 165 (BD) imagens da base Yale, divididas em 15 classes, com 11 imagens cada base. Na figura 13, tem-se uma amostra da base BD. As imagens da base foram redimensionadas para a resolução 128×128 .



Fig. 13. Base de imagens utilizada

No algoritmo proposto, para cada imagem submetida ao reconhecimento, primeiro é aplicada a TWC, que gera as subimagens que serão projetadas no subespaço PCA; e para cada vetor, no subespaço PCA, é calculado o grau de pertinência em relação aos agrupamentos. Por fim, é realizada a fusão dos classificadores. Haverá sucesso se a imagem submetida ao reconhecimento e a imagem recuperada forem do mesmo indivíduo. Caso contrário, o reconhecimento terá falhado.

Os resultados na tarefa de Reconhecimento de Faces Humanas foram obtidos selecionando alguns parâmetros como a dimensão do subespaço gerado pela PCA (d), a resolução da imagem obtida após aplicação da Transformada Wavelet (r), o número

de centros de cada agrupamento (c) e o número de imagens do conjunto de treinamento (C).

Na tabela, 1 os parâmetros utilizados foram $d = 20$, $r = 32 \times 32$, $c = 2$, $C = 4, 5, 6$ e, dessa forma foram submetidas ao reconhecimento 7, 6, 5 imagens. O algoritmo proposto é comparado com outras técnicas Transformada Wavelet (achei meio confusa essa parte, maninho...) (TW) + PCA,+ICA e +LDA, em todos os casos a distância utilizada foi a euclidiana. Já na tabela 2, temos uma comparação do algoritmo proposto com algoritmos utilizando cada uma das doze subimagens obtidas após a aplicação da TWC $d = 20$, $r = 16 \times 16$, $c = 2$ e $C = 3, 4, 5, 6$.

Tabela. 1.Taxa de Reconhecimento

algoritmo	Conjunto de Treinamento		
	3	4	5
TW + PCA	45 %	63,8 %	58,8 %
TW + ICA	60,8 %	67,6 %	73,3 %
TW + LDA	61,2 %	77,5 %	84,8 %
proposto	76,6 %	86,6 %	91,1 %

Tabela. 2. Taxa de Reconhecimento

subimagem utilizada	Conjunto de Treinamento			
	3	4	5	6
1	70 %	78 %	78,8 %	80 %
2	68,3 %	81,9 %	80 %	84 %
3	71 %	76,1 %	75,5 %	76 %
4	60 %	65,7 %	72,2 %	72 %
5	73,3 %	81,9 %	85,5 %	85,3 %
6	55,8 %	63,8 %	74,4 %	72 %
7	75 %	71,4 %	68,8 %	73,3 %
8	71,6 %	73,3 %	88,8 %	82,6 %
9	65 %	72,3 %	74,4 %	80 %
10	63,3 %	68,5 %	74,4 %	77,3 %
11	72,5 %	81,9 %	85,5 %	82,6 %
12	66,6 %	63,8 %	75,5 %	72 %
máximo	75 %	81,9 %	88,8 %	85,3 %
alg. proposto	78,3 %	86 %	91,1 %	86,6 %

7 Conclusão

O reconhecimento de faces humanas é dividido em três partes: aquisição dos dados, extração de características e tomada de decisão. Para extração de características, o algoritmo proposto utiliza a decomposição da imagem através da Transformada Wavelet Complexa e a PCA. Já na tomada de decisão utiliza a função de pertinência obtida a partir do algoritmo c-means Fuzzy e a Integral Fuzzy para fusão dos classificadores. Concluímos que, independente da subimagem utilizada no reconhecimento de faces humanas, todos os testes realizados demonstram que o algoritmo proposto é sempre superior aos classificadores que utilizam as subimagens individualmente. Ele também se mostrou superior às técnicas TW+PCA,

TW+ICA e TW+LDA, conforme pode ser observado na tabela 1.

Referências

- Bezdek, J. C. (1981). *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*, Plenum Press. DOI: [10.1007/978-1-4757-0450-1](https://doi.org/10.1007/978-1-4757-0450-1)
- Bezdek, J. C. and Dunn, J. C. (1975). *Optimal Fuzzy Partitions: A heuristic for estimating the parameters in a mixture of normal distributions*, IEEE Transactions on Computers. DOI: [10.1109/T-C.1975.224317](https://doi.org/10.1109/T-C.1975.224317)
- Bruce A. Draper, Kyungim Baek, M. S. and Bevedge, J. R. (2003). *Recognition faces with PCA and ICA*, Computer Vision and Image Understanding.
- Goswami, J. C. and Chan, A. K. (2011). *Fundamentals of Wavelets: Theory, Algorithms and Applications*, Wiley. DOI: [10.1002/9780470926994](https://doi.org/10.1002/9780470926994)
- Ivan W. Selesnick, R. G. B. and Kingsbury, N. G. (2005). *The Dual-Tree Complex Wavelet Transform*, IEEE Signal Processing Magazine.
- Kwak, K.-C. and Pedrycz, W. (2004). *Face Recognition Using Fuzzy Integral and Wavelet Decomposition Method*, IEEE Tansaction on Systems.
- Kyung-A Kim, S. Y. O. and Choi, H.-C. (2004). *Facial Feature Extraction Using PCA and Wavelet Multi-Resolution Image*, Proceedings of the 6th IEEE International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition.
- Liu, C.-C. and Dai, D.-Q. (2009). *Face Recognition Using Dual-Tree Complex Wavelet Features*, IEEE Transactions on Image Processing.
- Martinez, A. M. and Kak, A. C. (2001). *PCA versus LDA*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence.
- Michel Grabisch, T. M. and Sugeno, M. (2000). *Fuzzy Measures and Integrals: Theory and Applications*, Phy-Verlag. DOI: [10.1109/34.908974](https://doi.org/10.1109/34.908974)
- P.C.Yuen, D. and G.C.Feng (1998). *Wavelet based PCA for Human Face Recognition*, Image Analysis and Interpretation,IEEE Southwest Symposium.
- Toshiaki Murofushi, M. S. (1988). *Measures and the Choquet Integral as an integral with respect to a Fuzzy Measure*, Fuzzy Sets Syst.
- Water, J. S. (1999). *A Primer on Wavelets and Their Scientific Applications*, Chapman e Hall/CRC.