

# Controle Semi Ativo de Caos em um Sistema de Amortecedor de Massa Sintonizado Acoplado a um Oscilador Linear e a uma Fonte de Excitação Não Ideal

Fábio Roberto Chavarette<sup>1</sup>

Departamento de Matemática, UNESP - Univ. Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP

Mara Lucia Martins Lopes<sup>2</sup>

Departamento de Matemática, UNESP - Univ. Estadual Paulista, Ilha Solteira, SP

Douglas da Costa Ferreira<sup>3</sup>

Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Mato Grosso, UFMT, Rondonópolis/Guiratinga, SP

Nelson José Peruzzi<sup>4</sup>

Departamento de Ciências Exatas, UNESP - Univ. Estadual Paulista, Jaboticabal, SP

**Resumo.** Neste trabalho aborda-se o problema de minimização de vibrações em sistemas mecânicos que utilizam absorvedores dinâmicos não lineares. Para simular as vibrações excessivas no sistema mecânico e acoplado um motor desbalanceado que causa uma instabilidade caótica no sistema. Uma alternativa para minimizar estas vibrações instáveis é o controle semi-ativo, sendo que neste trabalho nós adotamos para o controle semi-ativo o amortecedor magneto reológico com o objetivo de minimizar as vibrações e reduzir o movimento oscilatório do sistema a um ponto estável.

**Palavras-chave.** Controle Semi Ativo, Caos, Amortecedor Magneto Reológico, Excitação Não Ideal, Vibrações

## 1 Introdução

As estruturas, de modo geral, estão sujeitas a vibrações mecânicas indesejáveis que implicam em um mal funcionamento e até mesmo em sua integridade, causando desconforto a operadores e usuários. Devido a este fato, surge a necessidade de se controlar os níveis de vibração estrutural proporcionando assim segurança e conforto para os operadores e usuários.

O controle estrutural é uma tecnologia para proteção de estruturas que promove uma alteração nas propriedades de rigidez e amortecimento da estrutura pela adição de dispositivos externos ou

---

<sup>1</sup>fabioch@mat.feis.unesp.br

<sup>2</sup>mara@mat.feis.unesp.br

<sup>3</sup>dcferreira@ufmt.br

<sup>4</sup>peruzzi@fcav.feis.unesp.br

pela ação de forças externas. Estes dispositivos de controle podem ser classificados como passivos, ativos, híbridos e semi-ativos. [4, 6]

O controle passivo consiste de aparelhos instalados na estrutura que não utilizam energia proveniente do exterior. São exemplos deste tipo de intervenção o isolamento de base e os amortecedores de massas sintonizadas, também conhecidos como "tuned mass dampers"(TMD).

O objetivo deste trabalho é controlar as vibrações excessivas em uma estrutura causadas por um motor não ideal [2, 7, 8]. A estrutura objeto de estudo é um amortecedor de massa sintonizada [9] acoplado a um motor não ideal [2, 8], o qual causa vibrações excessivas ao sistema. Como forma de controlar essa vibrações é proposto o controle semi-ativo através da utilização de amortecedores magneto reológico o qual reduz as vibrações do sistema a um ponto estável [3].

Este trabalho está organizado como a seguir. Na seção 2 apresenta-se o modelo matemático proposto por Frahm [4] com o acoplamento com o motor não ideal. O projeto de controle semi-ativo, bem como as simulações numéricas estão na seção 3. Na seção 4 apresenta-se as conclusões deste trabalho e logo em seguida as referencias utilizadas e os agradecimentos.

## 2 Modelo Matemático Proposto

Uma introdução ao problema matemático que se propõe, foi introduzido por Frahm [4] sendo o conceito do amortecedor de massa sintonizado (TMD) considerando um acoplamento linear composto de uma massa e uma mola acoplado a um oscilador linear conservador (OL) (ver Figura 1). Este amortecedor é eficaz numa pequena gama de frequências centrada na frequência natural do oscilador linear conservador.

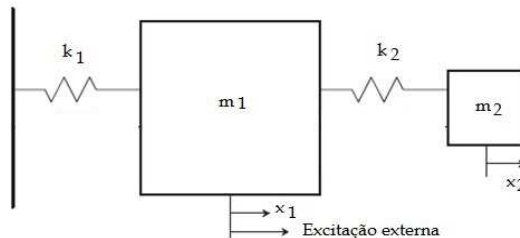


Figura 1: Amortecedor de massa sintonizado acoplado a um oscilador linear [9]

As equações relacionadas com o sistema representado na Fig. 1 e submetidos a uma excitação forçada, são dadas por [9]:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 - k_2 (x_1 - x_2) &= S, \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

onde  $S$  representa a excitação externa no sistema, que neste caso é o torque resultante de um motor de corrente contínua que impõe a excitação não-ideal, de acordo com a posição angular da massa em rotação desequilibrada representada pela equação a seguir.

$$\begin{aligned} \ddot{z} + b\dot{z} &= r\ddot{x}_1 \sin z + a \\ S &= d(\dot{z}^2 \cos z + \ddot{z} \sin z) \end{aligned} \quad (2)$$

Acoplando o sistema (1) ao sistema (2) temos:

$$\begin{aligned} m_1\ddot{x}_1 + k_1x_1 - k_2(x_1 - x_2) &= d(\dot{z}^2 \cos z + \ddot{z} \sin z) \\ m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) &= 0 \\ \ddot{z} &= -b\dot{z} + r\ddot{x}_1 \sin z + a \end{aligned} \quad (3)$$

Reescrevendo as equações do sistema dinâmico na forma de estado, fazendo  $y_1 = x_1$ ,  $y_2 = \dot{x}_1$ ,  $y_3 = x_2$ ,  $y_4 = \dot{x}_2$ ,  $y_5 = z$  e  $y_6 = \dot{z}$ , as equações do movimento são:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2, \\ \dot{y}_2 &= -\frac{-k_1y_1 - k_2(y_1 - y_3) + dy_6^2 \cos(y_5) + d \sin(y_5)(a - by_6)}{m_1 - dr(\sin^2 y_5)}, \\ \dot{y}_3 &= y_4, \\ \dot{y}_4 &= -\frac{y_2}{m_2}(y_3 - y_1), \\ \dot{y}_5 &= y_6, \\ \dot{y}_6 &= \frac{r \sin(y_5)(-k_1y_1 - k_2(y_1 - y_3)) + dy_6^2 r \cos(y_5) \sin(y_5) + dr \sin(y_5)^2}{m_1 - dr(\sin^2(y_5))} \\ &\quad + \frac{(m_1 - dr(\sin^2(y_5)))(a - by_6)}{m_1 - dr(\sin^2(y_5))}. \end{aligned} \quad (4)$$

Onde  $y_1$  e  $y_2$  são a velocidade e o deslocamento do amortecedor de massa sintonizado e  $y_3$  e  $y_4$  são a velocidade e deslocamento do oscilador linear. Os parametros adimensionais utilizados nas simulações numericas são  $m_1 = 1, m_2 = 0.05, k_1 = 0.5, k_2 = 0.02$  para o amortecedor de massa sintonizado acoplado ao oscilador linear [9] e  $a = 5, b = 1.5, r = 0.3, d = 0.2$  para a excitação não ideal [2].

### 3 Projeto de Controle Semi Ativo

No campo do controle de vibrações, novos materiais foram desenvolvidos como atuadores e sensores possibilitando o projeto de controladores mais robustos e adaptativos às variações temporais e/ou paramétricas. Destacam-se aqui dois destes, sendo os piezelétricos que atualmente são utilizados como atuadores ou sensores e os fluidos magneto reológicos (MR). Um modelo que é numericamente tratável e vem sendo usado extensivamente para modelar sistemas que contém histerese é o modelo de Bouc-Wen. O modelo de Bouc-Wen é extremamente versátil e pode exibir

4

uma grande variedade de comportamento da histerese [1,5]. Neste modelo, a força  $F$  do sistema é determinada pela relação a seguir:

$$F = c_0\dot{x} + k_0x + \alpha_0z_1 \quad (5)$$

onde  $z_1$  obtido pela equação:

$$\dot{z}_1 = -\zeta|\dot{x}|z_1|z_1|^{n-1} - \varepsilon\dot{x}|z_1|^n + \Lambda\dot{x} \quad (6)$$

Sendo  $\alpha_0$  o deslocamento inicial,  $c_0$  o coeficiente de amortecimento viscoso e  $k_0$  o coeficiente de rigidez.  $\Lambda$ ,  $\varepsilon$ ,  $\zeta$  e  $n$  dependem das características do amortecedor.

$$F = \frac{3.2}{(3e^{-3.4i}) + 1}\dot{x} + k_0x + \frac{8.5}{(1.28e^{-3.9i}) + 1}z_1$$

$$C(i) = \frac{3.2}{(3e^{-3.4i}) + 1}\dot{x} + k_0x + \frac{8.5}{(1.28e^{-3.9i}) + 1}z_1 - F \quad (7)$$

A Figura 2, ilustra o modelo proposto com o amortecedor magneto reológico.

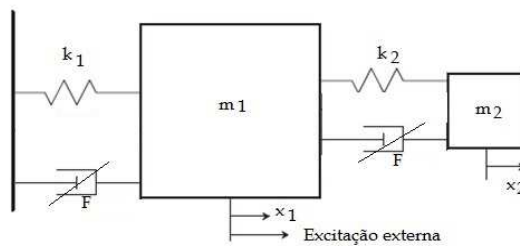


Figura 2: Amortecedor de massa sintonizado acoplado a um oscilador linear excitado por uma fonte não ideal.

Reescrevendo a equação (4) acoplado o amortecedor magneto relógico proposto pela equação (5), a equação do movimento que representa o sistema controlado é:

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_1 &= y_2, \\
 \dot{y}_2 &= -\frac{-k_1 y_1 - k_2 (y_1 - y_3) + d y_6^2 \cos(y_5) + d \sin(y_5) (a - b y_6)}{m_1 - d r (\sin^2 y_5)} - F \\
 \dot{y}_3 &= y_4, \\
 \dot{y}_4 &= -\frac{y_2}{m_2} (y_3 - y_1) - F, \\
 \dot{y}_5 &= y_6, \\
 \dot{y}_6 &= \frac{r \sin(y_5) (-k_1 y_1 - k_2 (y_1 - y_3)) + d y_6^2 r \cos(y_5) \sin(y_5) + d r \sin(y_5)^2}{m_1 - d r (\sin^2(y_5))} \\
 &\quad + \frac{(m_1 - d r (\sin^2(y_5))) (a - b y_6)}{m_1 - d r (\sin^2(y_5))}.
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

As características da variação da força de amortecimento, dependendo da velocidade do pistão do amortecedor e aplicada a corrente elétrica na bobina com os parâmetros  $\Lambda = 180$ ,  $k_0 = 0$ ,  $\varepsilon = 0$ ,  $n = 2$  e  $\zeta = 0.1$  dadas em [8]. As trajetórias do sistema com e sem a ação do amortecedor magneto reológico são ilustradas na figura a seguir.

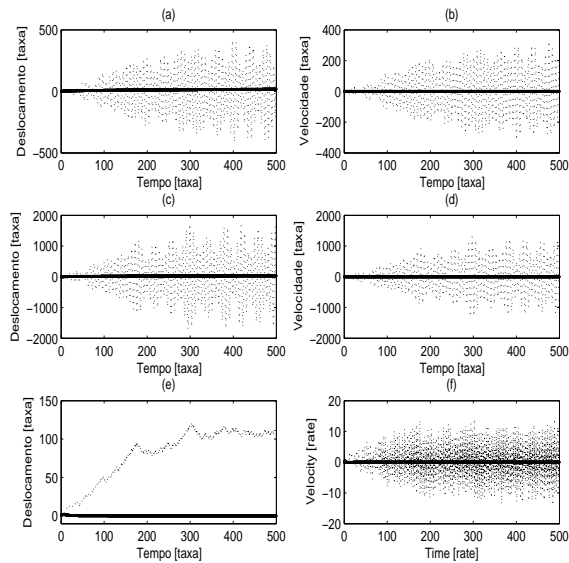


Figura 3: Histórico no Tempo Não Controlado (Linha Pontilhada) e Controlado (Linha Contínua). Amortecedor de massa sintonizado. (a) Deslocamento ( $y_1$ ); (b) Velocidade; Oscilador Linear ( $y_2$ ) (c) Deslocamento ( $y_3$ ); (d) Velocidade ( $y_4$ ); Motor Não Ideal. (e) Deslocamento ( $y_5$ ) e (f) Velocidade ( $y_6$ )

As Figuras 3, 4 e 5 mostram o comportamento caótico para o sistema sem controle com as condições iniciais  $y_1 = 0.1$ ,  $y_2 = 0$ ,  $y_3 = 0$ ,  $y_4 = 0$ ,  $y_5 = 1$  e  $y_6 = 0$ , sendo que para verificar a presença de caos, foi calculado o expoente de Lyapunov [10], sendo  $\lambda_1 = 0.3978$ ;  $\lambda_2 = -0.0022$ ;

$\lambda_3 = -0.030$ ;  $\lambda_4 = -0.0480$ ;  $\lambda_5 = -0.0551$  e  $\lambda_6 = -0.055$ , caracterizando a presença de caos com um dos seus expoentes positivos.

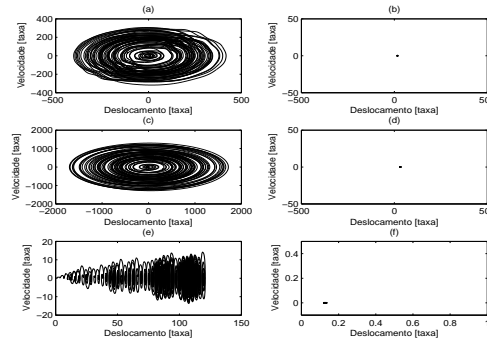


Figura 4: Retrato de Fase.(a) Amortecedor de massa sintonizado não controlado; (b) Controlado; (c) Oscilador Linear Não Controlado; (d) Controlado; (e) Motor Não Ideal Não Controlado e (f) Controlado

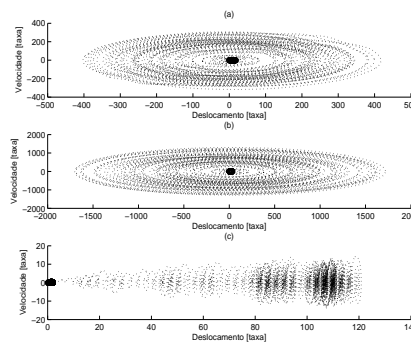


Figura 5: Retrato de Fase. (a) Amortecedor de massa sintonizado não controlado (cinza) e controlado (preto); (b) Oscilador Linear Não Controlado (cinza) e Controlado (preto) e (c) Motor Não Ideal Não Controlado (cinza) e Controlado (preto)

A Figura 5 mostra um comparativo entre os retratos de fase controlado e não controlado, demonstrando assim a eficiência do projeto de controle semi ativo aplicado do modelo proposto.

## 4 Conclusões

Neste trabalho foi proposto o acoplamento entre um sistema de amortecedor de massa sintonizado acoplado a um oscilador linear e a uma fonte de excitação não ideal, sendo que a fonte não ideal originou a presença do comportamento caótico no sistema.

Para solucionar as vibrações excessivas derivadas da fonte não ideal, nós propuzemos o acoplamento de um sistema de controle semi ativo. O amortecedor magneto reológico atuou como um eliminador do comportamento caótico conduzindo as oscilações a um ponto estável.

As Figuras 3, 4 e 5 mostram a eficiência deste tipo de controlador para o problema proposto.

## Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte financeiro a Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP Proc No. 2014/16807-3) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq Proc No. 301769/2012-5).

## Referências

- [1] M. O. Bodie and A. Hac, Closed Loop Yaw Control of Vehicles Using Magneto-Rheological Dampers. SAE Technical Paper 2000-01-0107, (2000), DOI:10.4271/2000-01-0107.
- [2] F. R. Chavarette, On an optimal linear control of a chaotic non-ideal duffing system. Applied Mechanics and Materials, vol. 138-139, 50-55, (2012), DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.138-139.50.
- [3] B. S. C. Cunha and F. R. Chavarette. Vibration Control Applied in a Semi-Active Suspension Using Magneto Rheological Damper and Optimal Linear Control Design. Applied Mechanics and Materials, vol. 464, 229-234, (2013) DOI: <http://dx.doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.464.229>.
- [4] H. Frahm, A device for damping vibrations of bodies, US Patent 989958, (1911).
- [5] A. Hac, I. Youn and H. H. Chen, Control of Suspensions for Vehicles With Flexible Bodies - Part II: Semi-active Suspensions. Transactions of the ASME, vol. 118, 518-525, (1996) DOI: 10.1115/1.2801175.
- [6] J. P. D. Hartog, Mechanical Vibrations, Dover Books on Engineering, (1985).
- [7] A. H. Nayfeh and D. T. Mook, Nonlinear Oscillation. John Wiley and Sons, Inc., (1979).
- [8] A. M. Tusset and J. M. Balthazar, On the Chaotic Suppression of Both Ideal and Non-ideal Duffing Based Vibrating Systems, Using a Magnetorheological Damper. Differential Equations and Dynamical Systems, vol. 21, 105-121, (2013), DOI: 10.1007/s12591-012-0128-4.
- [9] R. Viquié and G. Kerschen. Nonlinear vibration absorber coupled to a nonlinear primary system: A tuning methodology. Journal of Sound and Vibration, vol. 326, 780-793, (2009), DOI: 10.1016/j.jsv.2009.05.023.
- [10] A. Wolf, J. B. Swift, H. L. Swinney and J. A. Vastano, Determining Lyapunov Exponents from a Time Series. Physica D, vol. 16, 285-317 (1985).