

## Sincronismo entre Redes Neurais Complexas: Um Modelo de Sistema Visual de Mamíferos

Brian Lee Mayer<sup>1</sup>

Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação da Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, SP

Luiz Henrique Alves Monteiro<sup>2</sup>

Escola de Engenharia da Universidade Presbiteriana Mackenzie e Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP

**Resumo.** Aqui, usam-se redes do tipo Newman-Watts num modelo das vias neurais do sistema visual de mamíferos. Essas vias são encontradas em cada hemisfério cerebral e se comunicam por meio do corpo caloso. O objetivo é investigar, numericamente, a ocorrência de atividade neural síncrona nessa rede complexa mediante estímulo periódico.

**Palavras-chave.** Neurodinâmica, rede complexa, sincronismo, via neural, visão.

### 1 Introdução

Simplistamente, redes complexas podem ser definidas como grafos aleatórios com topologia de acoplamento não trivial [7]. Redes neurais biológicas são exemplos típicos. Um modelo interessante de rede complexa é aquele que foi proposto por Mark E. J. Newman e Duncan J. Watts, em 1999 [8]. A *rede de Newman-Watts* é construída a partir de uma estrutura regular, na qual se adicionam conexões aleatórias entre seus nós. Esse procedimento resulta num grafo com características topológicas típicas de *redes mundo-pequeno* (que são menor caminho médio proporcional ao logaritmo do número de nós e coeficiente de agregação da ordem de um [7]). Nos trabalhos teóricos e/ou numéricos em que essa topologia é empregada como um modelo de rede neural biológica, cada nó corresponde a um neurônio, cuja atividade é função do estímulo recebido [6,9]. Esse estímulo pode advir de neurônios vizinhos ou pode ter origem externa à rede. Com o passar do tempo, alguns neurônios podem sincronizar seus disparos. De fato, em diversos grafos do mundo real, os nós constituintes possuem dinâmica própria, como os

---

<sup>1</sup> 71462287@mackenzista.com.br

<sup>2</sup> luizm@mackenzie.br, luizm@usp.br

neurônios de um cérebro, e em tais grafos, pode ser que uma parte dos nós sincronize suas atividades, ao menos durante certo intervalo de tempo [10].

Em neurociência, estudos sobre sincronismo são bastante relevantes, pois sincronismo parece ser crucial para a correta execução de funções cognitivas e sensoriais que dependem da interação coordenada de neurônios localizados em regiões distintas do cérebro [2]. Por exemplo, medidas experimentais relacionam segmentação e compreensão de imagens à sincronização de disparos de neurônios ao longo das vias neurais do sistema visual de mamíferos [2,6]. Entretanto, desordens neurológicas, como autismo, epilepsia, esquizofrenia e mal de Parkinson, estão correlacionadas a níveis aumentados de atividade síncrona [7,11]. Grosso modo, em redes neurais biológicas, sincronismo em pequena escala é saudável; em larga escala, é patológico. Percebe-se, portanto, que estudos sobre comportamento síncrono em redes neurais podem auxiliar na compreensão do funcionamento normal do cérebro, o que pode ainda sugerir a criação de máquinas bioinspiradas ou levar à proposição de novos algoritmos de computação natural. Tais estudos também podem ser importantes em investigações sobre neuropatologias [7,11].

Atividade síncrona é detectada em neurônios da retina, do núcleo geniculado lateral (do tálamo) e do córtex cerebral de mamífero, após estímulo visual [3-5]. Monteiro e Martins investigaram a ocorrência de sincronismo nessa via neural, usando um modelo baseado em autômatos celulares e redes complexas [6]. Aqui, investiga-se a dinâmica de duas vias neurais acopladas. Sabe-se que a via presente no hemisfério cerebral esquerdo acopla-se àquela do hemisfério direito por meio do corpo caloso [1]. Nesse nosso modelo, cada via neural é modelada por uma rede complexa do tipo Newman-Watts, que recebe uma entrada externa periódica.

Este artigo sobre sincronismo entre redes complexas está assim organizado. Na Seção 2, descrevem-se o modelo de rede e o modelo de neurônio usados neste trabalho, e define-se sincronismo. Na Seção 3, apresentam-se os resultados obtidos por simulações numéricas. Esses resultados são discutidos na Seção 4.

## 2 O modelo e a definição de sincronismo

Considere a via neural formada por retina, núcleo geniculado lateral e córtex visual. O núcleo geniculado e o córtex são representados por reticulados regulares, cada qual com dimensões  $n \times n$ , em que cada nó se acopla aos seus vizinhos situados a norte, a sul, a leste e a oeste (os nós da borda possuem, obviamente, menos vizinhos). Além dessas conexões regulares, há  $s$  intraconexões aleatórias em cada reticulado. O acoplamento entre cada par de reticulados, ao longo da mesma via neural, se dá por meio de  $p$  interconexões aleatórias. Estas são estabelecidas entre as linhas  $l_1$  e  $l_2$  do reticulado do núcleo e as linhas  $l_3$  e  $l_4$  do reticulado do córtex. As duas vias conectam-se a um reticulado regular de dimensões  $m \times m$ , que faz o papel do corpo caloso. Este se acopla a cada uma das vias por  $q$  conexões aleatórias, estabelecidas entre as linhas  $l_1$  e  $l_2$  do reticulado associado ao núcleo geniculado, e entre as linhas  $l_3$  e  $l_4$  do reticulado associado ao córtex. A Figura 1 mostra um grafo em que  $n=10$ ,  $m=4$ ,  $s=0$ ,  $p=10$ ,  $q=6$ ,  $l_1=9$ ,  $l_2=10$ ,  $l_3=1$  e  $l_4=2$ . A rede complexa assim construída é do tipo Newman-Watts [8].

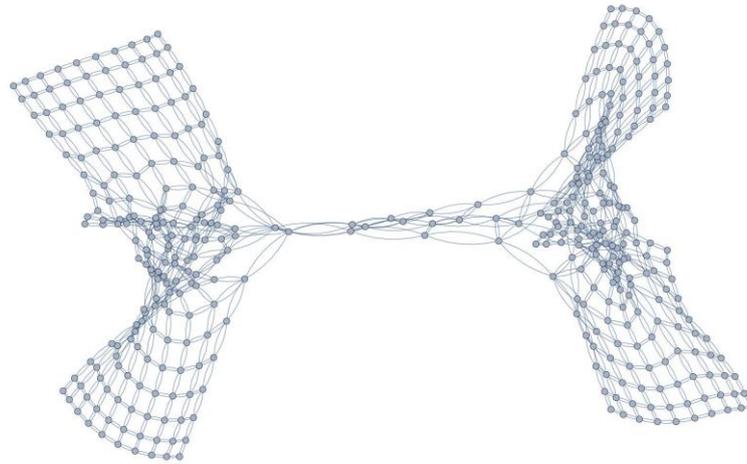


Figura 1: Grafo gerado considerando  $n=10$ ,  $m=4$ ,  $s=0$ ,  $p=10$ ,  $q=6$ ,  $l_1=9$ ,  $l_2=10$ ,  $l_3=1$  e  $l_4=2$ . Os reticulados do lado esquerdo correspondem à via neural do hemisfério esquerdo; aqueles do lado direito, à via do hemisfério direito. Os hemisférios estão interligados pelo reticulado central, que representa o corpo caloso.

Cada nó do grafo corresponde a um neurônio, que recebe estímulos dos neurônios a ele conectados ou o estímulo (de origem externa) associado à retina. A cada passo de tempo  $t$ , o neurônio encontra-se em um de três estados: ou ele está em repouso, ou ativo (disparando) ou refratário. As regras de transição de estados são [6]: um neurônio em repouso no passo de tempo  $t$  dispara em  $t+1$  se a soma dos valores dos estímulos recebidos é maior ou igual ao limiar  $L$ ; um neurônio que disparou em  $t$  passa para o estado refratário em  $t+1$ ; um neurônio no estado refratário em  $t$  passa para estado de repouso em  $t+1$ . Note que essas regras são deterministas. Ao disparar, o neurônio envia um sinal de magnitude  $s$  aos seus vizinhos. Esse sinal é multiplicado pela intensidade da conexão sináptica  $c$  e é o produto  $sc$  que denota o estímulo advindo de um neurônio vizinho. Aqui, toma-se  $s=1$ ,  $c=1$  e  $L=1$ , de modo que um neurônio em repouso dispara em  $t+1$  se ao menos um de seus vizinhos estiver ativo em  $t$ .

O reticulado referente ao núcleo geniculado lateral no hemisfério esquerdo é denotado por  $i=1$ ; o reticulado referente ao córtex visual no hemisfério esquerdo por  $i=2$ ; aquele associado ao núcleo geniculado lateral no hemisfério direito por  $i=3$ ; aquele associado ao córtex visual no hemisfério direito por  $i=4$ ; e o reticulado que representa o corpo caloso por  $i=5$ . Seja  $x_i$  a fração de neurônios ativos no  $i$ -ésimo reticulado. Em tais reticulados, as conexões são não direcionadas (não dirigidas).

Suponha que, em regime permanente,  $x_i$  oscile com período  $T_i$ . Aqui, diz-se que os reticulados  $i$  e  $j$  estão sincronizados se, em regime permanente,  $T_i/k_i=T_j/k_j$  sendo  $k_i$  e  $k_j$  números inteiros. A intenção é verificar se as duas vias podem se sincronizar com o estímulo periódico vindo da retina. É sabido que a retina codifica estímulos visuais por meio de oscilações coerentes [3-5]. No nosso modelo, a retina equivale a uma entrada unitária periódica de período  $T$ , aplicada a um neurônio na primeira linha do(s) reticulado(s)  $i=1$  e/ou  $i=3$ . Por exemplo,  $T=3$  corresponde à sequência  $100100100\dots$ ; ou seja, aplica-se uma entrada unitária a cada três passos de tempo.

### 3 Simulações numéricas

A Figura 2 ilustra a evolução temporal da rede mostrada na Figura 1, para um estímulo de período dois aplicado apenas ao neurônio mais à esquerda da primeira linha do reticulado  $i=1$ . Note que, conforme o tempo passa, as frações  $x_i$  de neurônios ativos nos reticulados  $i=1,2,3,4$  convergem para uma oscilação de período quatro.

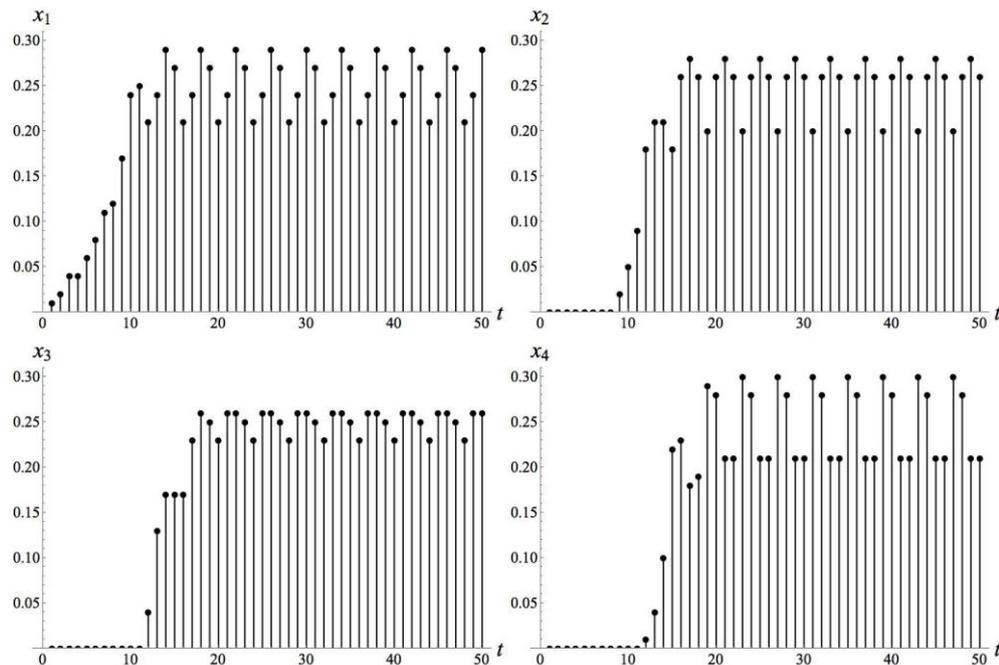


Figura 2: Porcentagem  $x_i$  de neurônios ativos nos reticulados  $i=1,2,3,4$  para um estímulo de período  $T=2$  aplicado ao neurônio na primeira linha e na primeira coluna do reticulado  $i=1$  da rede exibida na Figura 1. Com o passar do tempo, os quatro reticulados tendem a oscilar com período  $T_i=4$ . Observe que a magnitude de  $x_i$  está em torno de 20%.

A fim de investigar numericamente a dinâmica dessa rede complexa, foram realizadas as seguintes séries de simulações:

1. Um estímulo de período  $T=2$  é aplicado apenas a um neurônio da primeira linha do reticulado  $i=1$ . Como há 10 neurônios na primeira linha, foram realizadas 10 simulações (de maneira que, em cada simulação, o estímulo foi aplicado a um neurônio diferente). Resultado: todos os quatro reticulados se sincronizaram com período  $T_i=4$  ( $i=1,2,3,4$ ), como mostrado na Figura 2. Apesar de se obter  $T_i=4$  em todas essas simulações, o padrão de ativação (isto é, a sequência de valores que cada  $x_i$  exibe em regime permanente) foi diferente em cada simulação.
2. Idem ao anterior, com estímulo de período  $T=3$ . Resultado: os quatro reticulados se sincronizaram com período  $T_i=3$  ( $i=1,2,3,4$ ), com  $x_i$  exibindo um padrão de ativação distinto em cada uma das 10 simulações e magnitude em torno de 30%.

3. Um estímulo de período  $T=2$  é simultaneamente aplicado a um par de neurônios: um na primeira linha do reticulado  $i=1$  e outro neurônio na primeira linha do reticulado  $i=3$ , de modo que ambos estejam na mesma coluna nos respectivos reticulados. Como há 10 pares de tais neurônios, foram realizadas 10 simulações. Resultado: todos os quatro reticulados se sincronizaram com período  $T_i=4$  ( $i=1,2,3,4$ ). A magnitude de  $x_i$  permaneceu em torno de 20%. Entretanto, a solução síncrona foi atingida mais rapidamente (cerca de metade do tempo, quando comparado com o caso em que o estímulo é aplicado a um único neurônio).
4. Idem ao anterior, com estímulo de período  $T=3$ . Resultado: os quatro reticulados se sincronizaram com  $T_i=3$  ( $i=1,2,3,4$ ). A magnitude de  $x_i$  ficou em torno de 30% e o tempo necessário para se atingir o sincronismo foi em torno da metade, se comparado com as simulações em que apenas um neurônio é estimulado.

Essas quatro séries de simulações foram refeitas considerando que, agora, há  $s=10$  intraconexões aleatórias em cada reticulado (ou seja, um total de 40 intraconexões aleatórias nas duas vias). Embora o padrão de ativação em regime permanente tenha se alterado e tal regime tenha sido atingido de forma mais rápida, o período da solução atratora não mudou: para  $T=2$ , os quatro reticulados se sincronizam com  $T_i=4$ ; para  $T=3$ , então  $T_i=3$ . As magnitudes de  $x_i$  também não mudaram de forma significativa, se comparadas ao caso  $s=0$ .

## 4 Conclusões

Aqui, investigou-se numericamente a dinâmica de redes do tipo Newman-Watts acopladas, sujeitas a entrada periódica. Tais redes foram usadas como um modelo das vias neurais associadas à percepção de estímulos visuais por mamíferos. Em cada hemisfério cerebral, há uma via (representada por dois reticulados  $n \times n$  interligados), que se acopla com a outra via por meio do corpo caloso (representado pelo reticulado  $m \times m$ ). Verificou-se que as vias tendem a se sincronizar; entretanto, o período de oscilação varia com o período do estímulo externo (que corresponde ao sinal enviado pela retina). No caso de estímulo com  $T=2$ , as vias tendem a uma oscilação com  $T_i=2T$ ; no caso em que  $T=3$ , as vias tendem a oscilar com  $T_i=T$ . É interessante salientar que medidas experimentais em mamíferos revelam que retina, núcleo geniculado lateral e córtex visual tendem a se sincronizar na mesma frequência ou numa frequência que é a metade da frequência do estímulo aplicado [3-6], o que está de acordo com os resultados do nosso modelo simplista. A inclusão de intraconexões aleatórias e/ou a aplicação simultânea do estímulo nas duas vias diminuíram o tempo de sincronização, mas não alteraram substancialmente os valores de  $x_i$ . Continuações necessárias para este trabalho são:

1. Selecionar os valores dos parâmetros  $n$ ,  $m$ ,  $s$ ,  $p$ ,  $q$ ,  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ ,  $l_4$  (das redes) e  $T$  (do estímulo) de modo que o modelo represente mais fielmente as vias neurais investigadas. Este trabalho e aquele realizado por Martins e Monteiro [6] (para uma única via) sugerem que temos um ponto de partida promissor.
2. Incluir sinapses inibitórias (nas duas vias e no corpo caloso) e analisar seus efeitos sobre a atividade síncrona inter-hemisférica [1].

## Agradecimentos

Brian L. Mayer agradece à CAPES pela bolsa de mestrado. Luiz H. A. Monteiro agradece ao CNPq pela bolsa de produtividade. Ambos agradecem a Alex Martins pelo suporte computacional no início deste trabalho.

## Referências

- [1] J. S. Bloom and G. W. Hynd, The role of the corpus callosum in interhemispheric transfer of information: excitation or inhibition?, *Neuropsychol. Rev.*, vol. 15, 59-71 (2005).
- [2] T. Burwick, The binding problem, *WIREs Cogn. Sci.*, vol. 5, 305-315 (2014).
- [3] M. Castelo-Branco, S. Neuenschwander and W. Singer, Synchronization of visual responses between the cortex, lateral geniculate nucleus, and retina in the anesthetized cat, *J. Neurosci.*, vol. 18, 6395-6410 (1998).
- [4] T. Gollisch, Throwing a glance at the neural code: rapid information transmission in the visual system, *HFSP J.*, vol. 3, 36-46 (2009).
- [5] H. Ito, P. E. Maldonado and C. M. Gray, Dynamics of stimulus-evoked spike timing correlations in the cat lateral geniculate nucleus, *J. Neurophysiol.*, vol. 104, 3276-3292 (2010).
- [6] A. Martins and L. H. A. Monteiro, Frequency transitions in synchronized neural networks, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.*, vol. 18, 1786-1791 (2013).
- [7] L. H. A. Monteiro, *Sistemas Dinâmicos Complexos*, Livraria da Física (2014).
- [8] M. E. J. Newman and D. J. Watts, Renormalization group analysis of the small-world network model, *Phys. Lett. A*, vol. 263, 341-346 (1999).
- [9] M. Ozer, M. Perc and M. Uzuntarla, Stochastic resonance on Newman-Watts networks of Hodgkin-Huxley neurons with local periodic driving, *Phys. Lett. A*, vol. 373, 964-968 (2009).
- [10] S. H. Strogatz, *Sync*, Hyperion (2003).
- [11] P. J. Uhlhaas and W. Singer, Neural synchrony in brain disorders: relevance for cognitive dysfunctions and pathophysiology, *Neuron*, vol. 52, 155-168 (2006).