

## Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

# Correlação de longo alcance em séries de UV - Natal, RN

Paulo Cavalcante da Silva Filho<sup>1</sup>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, IFRN, Natal, RN.

Francisco Raimundo da Silva<sup>2</sup>

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais Centro Regional do Nordeste, INPE-CRN, Natal, RN.

Gilberto Corso<sup>3</sup>

Departamento de Biofísica e Farmacologia, Centro de Biotecnologias, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, UFRN, Natal, RN.

**Resumo** Dados de radiação de UV 305nm, 320nm, 340nm e 380nm são analisados via DFA (análise de flutuação sem tendência). Os dados são modelados pela curva de insolação diária. O coeficiente de DFA  $\alpha \simeq 0,7$  e o decaimento da análise espectral  $\beta \simeq 0,5$  evidenciam que os dados apresentam correlação de longo alcance.

**Palavras-chave.** Radiação solar, Análise de flutuações sem tendência, Radiação UV, correlações de longo alcance, espectro de potência.

## 1 Introdução

Nas duas últimas décadas muitos cientistas tem se debruçados sobre a estrutura de flutuações dos dados climáticos. Registros longos de temperatura, nível dos rios, chuvas ou ventos mostram eventos correlacionados de longo alcance [4, 7, 10, 11]. Todos estes registros são, de uma forma ou de outra, reflexos de algo maior que chamamos de clima. Neste trabalho exploramos uma série temporal que, como a temperatura, a humidade do ar, ou os ventos, está subordinada a influência maior do clima: a radiação ultravioleta (UV) que chega na superfície da terra.

Estudam-se as flutuações de uma série temporal para se conhecer mais sobre sua correlações internas e a persistência nos desvios do sinal. Contudo, computar autocorrelação em dados não é uma tarefa propriamente simples; a função de autocorrelação de séries temporais que apresentam periodicidades pode produzir resultados equivocados [7]. Com o intuito de corrigir este problema foi desenvolvida a análise de flutuação sem tendência, Detrended fluctuation analysis (DFA) em inglês. Com ajuda da técnica do DFA podemos estimar com maior confiabilidade um índice  $\alpha$  que estima correlações de longo alcance na série [6, 9].

---

<sup>1</sup>paulo.cavalcante@ifrn.edu.br

<sup>2</sup>fraimundo@crn.inpe.br

<sup>3</sup>corso@cb.ufrn.br

Em uma primeira aproximação a radiação UV varia em sintonia com a radiação solar como um todo. A princípio a radiação solar varia devido a dinâmica interna do sol, porém a flutuação da radiação solar medida sobre a crosta terrestre está condicionada sobretudo pela presença de nuvens e aerossóis na atmosfera, ou seja, o clima [5]. Neste trabalho estudamos o DFA da série temporal de UV medidos em Natal, RN, uma região próxima ao equador (latitude  $-5^{\circ}45'54''$ ).

## 2 Métodos

### 2.1 Os dados de UV

Analisamos quatro conjuntos de dados de comprimentos de onda correspondentes a filtros de 305nm, 320nm, 340nm, e 380nm. As observações foram feitas nos anos 2001 a 2007 na Estação Solarimétrica do INPE em Natal, RN, Brasil, usando um Radiômetro de superfície GUV (ground-based ultraviolet radiometer).

As séries temporais de UV obtidas junto ao INPE apresentavam lacunas devido a falhas no processo de aquisição de dados, fato comum em séries temporais longas. Para aplicarmos o algoritmo do DFA introduzimos dados artificiais nas lacunas através de interpolação. Acreditamos que este procedimento não impactou significativamente os resultados, pois o total de dias faltantes nas séries tratadas não ultrapassa a cota de 4% do total de dados.

### 2.2 Ajuste teórico dos dados

É possível fazer uma análise mais acurada das flutuações de uma série temporal se tivermos disponível um modelo teórico que descreva o fenômeno. No caso da radiação solar existe uma curva bem conhecida da insolação diária que depende da latitude do local, e do dia do ano [5]. A radiação instantânea é função também da hora do dia, mas a insolação diária integra a radiação ao longo do total de horas do dia (que por sua vez também depende da latitude e do dia do ano). A radiação UV pode ser pensada como uma fração da radiação solar que corresponde a uma janela de comprimentos de onda. No ajuste teórico da figura 1 assumimos que a radiação UV estudada é proporcional a radiação solar.

A figura 1 mostra os dados de UV-305 para seis anos, é interessante observarmos o padrão de radiação dentro de cada ano. Por comparação, uma curva de radiação solar para um local de alta latitude apresentaria um único máximo no verão. Porém estudamos séries de UV para uma região equatorial o que faz com que a curva de radiação apresente dois máximos anuais na insolação, pois a declinação solar é nula duas vezes ao ano dentro da zona tropical. Se ainda levarmos em conta a trajetória elíptica da terra em torno do sol veremos que os dois máximos não são equivalentes, de fato a variação na distância terra sol pode mudar em até 6% a intensidade solar entre afélio e periélio [5]. A complexidade desta curva tem implicações no grau do DFA a ser utilizado na análise de flutuações, fato que veremos a seguir. Por completude, a figura 2 mostra o histograma dos dados de UV-305, as demais séries apresentam um comportamento semelhante.

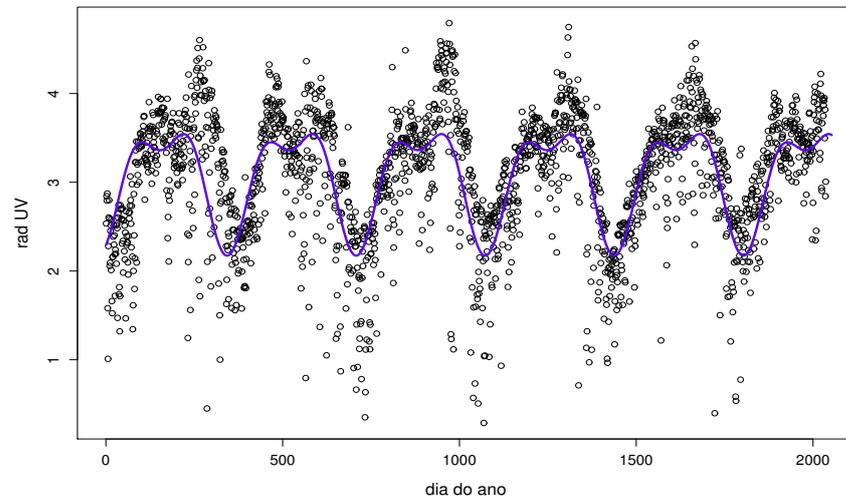


Figure 1: Seis anos da série temporal diária de UV-305 da cidade de Natal. A curva contínua de ajuste é baseada no modelo teórico de insolação diária considerando a latitude do local.

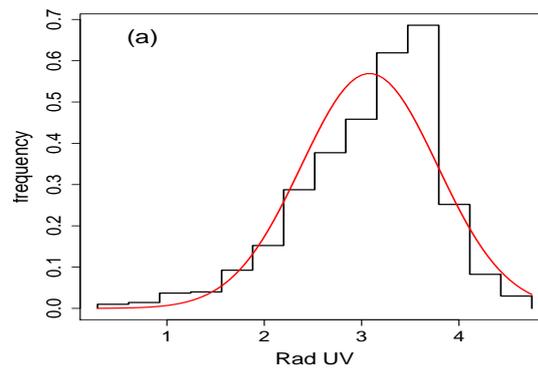


Figure 2: Histograma dos dados de UV-305, a forte assimetria nos dados sugere uma estrutura de flutuação que não segue uma distribuição normal. De fato, a série temporal apresenta indícios de forte autocorrelação gerando uma distribuição estatística mais rica do que a normal.

### 2.3 O método do DFA

Para entender o DFA vamos começar com uma série temporal  $x_t = (x_1, x_2, \dots, x_{N_S})$  com  $N_S$  elementos. Para estimar o coeficiente  $\alpha$  do DFA inicialmente integramos a série  $x(t)$  produzindo a nova variável  $y(t)$ :

$$y(t) = \sum_{i=1}^t |x_i - \bar{x}| \quad (1)$$

onde  $\bar{x}$  é a média global do conjunto de dados. Em seguida criamos um conjunto de iguais caixas de tamanho  $n$ , também denominada de escalas. Um ajuste de curva é feito dentro de cada caixa usando o método dos mínimos quadráticos, este procedimento gera uma curva de tendência  $y_n(t)$  dentro de cada caixa. Após isto diminui-se  $y(t)$  da curva de tendência. A função de flutuação  $F(n)$  é então definida como:

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N_S} \sum_{i=1}^{N_S} [y(t) - y_n(t)]^2}. \quad (2)$$

Usualmente  $F(n)$  cresce com  $n$ , um aumento linear de  $F(n)$  com  $n$  em escala log-log é um sinal claro de um comportamento fractal. O expoente  $\alpha$  na relação:

$$F(n) = n^\alpha \quad (3)$$

é conhecido como expoente do DFA. A fractalidade de uma série temporal pode ser também avaliada através do comportamento da curva do espectro de potência  $P(f)$  da transformada de Fourier do sinal  $x(n)$ . No caso de  $P(f) \propto f^{-\beta}$  temos um comportamento do tipo fractal. É interessante notar que vale a relação [1]:

$$\beta = 2\alpha + 1. \quad (4)$$

### 3 Resultados

A análise da técnica de DFA pode ser vista na figura 3 para a série UV-305, as demais séries apresentam comportamento similar. A remoção da tendência de ordem  $k$  é indicada como DFA- $k$ , surpreende nesta figura que para  $1 \leq k \leq 7$  as curvas de  $F(n)$  mostram uma quebra na inclinação. Apenas para  $k \geq 8$  os gráficos de  $F(n)$  apresentam um comportamento linear, evidenciando a ausência de escala nas flutuações, ou seja, a intensidade da flutuação estimada na série não depende do tamanho da escala  $n$ . Assim, apenas a remoção da tendência polinomiais de ordem alta revela a verdadeira fractalidade das flutuações da radiação UV medida na superfície terrestre dos nossos dados.

De uma forma complementar obtivemos curvas do espectro de potência da transformada de Fourier das séries de UV. Na figura 4 é mostrado o resultado para a série UV-305, as demais séries de UV revelam o mesmo padrão. O ajuste, em escala log-log, mostrado na figura evidencia uma lei de potência, o coeficiente  $\beta$  associado está descrito na tabela 1. Por completude, nesta tabela estão registrados também os valores do índice DFA  $\alpha$  para cada uma das séries de UV.

### 4 Discussão e Conclusões

Neste trabalho aplicamos a técnica DFA sobre quatro conjuntos de dados de radiação UV. A primeira conclusão a que chegamos foi que, de fato, quando adequadamente analisada, a série de UV apresenta uma estrutura fractal, ou um comportamento livre de escala, nas flutuações. Os resultados de DFA ( $0,70 < \alpha < 0,76$ ) estão em sintonia com

UV	$\alpha$	$\beta$
305nm	$0,705 \pm 0,006$	$0,46 \pm 0,08$
320nm	$0,706 \pm 0,006$	$0,50 \pm 0,07$
340nm	$0,714 \pm 0,008$	$0,44 \pm 0,06$
380nm	$0,765 \pm 0,010$	$0,49 \pm 0,09$

Table 1: Síntese dos resultados: o parametro  $\alpha$  do DFA e o expoente da lei de potência do decaimento do espectro de Fourier  $\beta$ . Os dados satisfazem a relação prevista  $\beta = 2\alpha - 1$ .

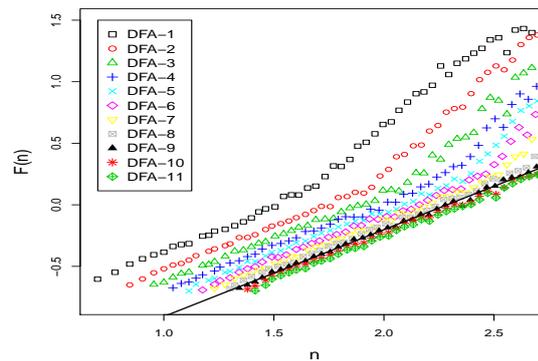


Figure 3: Função de estrutura de flutuação  $F(n)$  versus escala  $n$  para a série de UV-305. Estão indicadas na legenda os diversos níveis de correção de tendência, DFA- $k$  indica correção sobre o polinômio de grau  $k$ . O ajuste linear indicado foi feito para  $k = 8$ . É notável nesta figura que apenas para altos  $k$  temos uma flutuação verdadeiramente livre de escala.

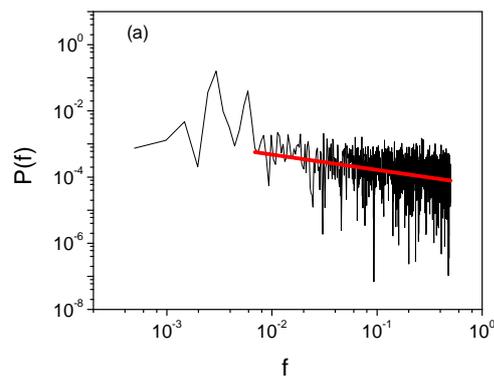


Figure 4: Espectro de potência da série de dados UV-305. Os dados estão em escala log-log, a reta de ajuste evidencia uma lei de potência e uma invariância de escala subjacente ao fenômeno. A inclinação da lei de potência é compatível com o expoente do DFA estimado na figura 3.

Fourier ( $0,44 < \beta < 0,50$ ) satisfazendo a relação prevista entre estas duas grandezas,  $\beta = 2\alpha - 1$ .

A correlação de longo alcance medida corrobora a tendência observada por outros dados climáticos [4, 7, 10]. Em especial, similar fractalidade é apresentada pela radiação solar global medida na superfície da terra [3]. De fato, o índice  $\alpha$  do DFA do UV medido neste estudo se encontra na faixa de  $0,70 - 0,76$ , o qual se aproxima  $0,68 - 0,69$  que foi medido para a radiação solar em latitude similar (latitude  $-3^{\circ}50'25''$ ) [3].

Uma segunda conclusão relevante deste trabalho diz respeito mais a técnica DFA do que a ocorrência de fenômeno de autocorrelações no clima. A técnica DFA permite que na computação das flutuações sejam retiradas as tendências do sinal. O caso mais simples seria um sinal que crescesse com o tempo, como a população mundial por exemplo, para que se possa realizar a adequada análise das flutuações é necessário se extrair inicialmente a tendência de crescimento subjacente a curva. O DFA é uma técnica poderosa que permite que se retire do sinal não apenas a tendência linear, mas também qualquer polinômio até uma ordem adequada aos dados.

A aplicação do DFA no sinal de UV aqui estudada é didática. A curva teórica ajustada ao sinal, figura 1, é periódica, com uma estrutura básica que se repete, o padrão anual. Não podemos comparar nossa curva de insolação com a curva de radiação solar para uma região temperada que apresenta um único máximo no verão podendo ser aproximada, dentro do ciclo anual, por um polinômio de segunda ordem. O fato dos dados estudados serem de uma região próxima ao equador faz com que tenhamos dois máximos anuais na insolação o que sugere uma aproximação por um polinômio de quarta ordem. Contudo, uma análise mais profunda, considerando a trajetória elíptica da terra faz com que os dois máximos não sejam equivalentes, o que leva a necessidade da aproximação por um polinômio de ordem seis pelo menos. A periodicidade do sinal eleva ainda mais a ordem do polinômio. Nosso resultado mostra que a correção de tendência de ordem oito é suficientemente boa para produzir uma reta na curva da função de estrutura  $F(n)$ . Nosso resultado contrasta com a maioria dos aplicações de DFA que usa apenas a correção linear de tendência do sinal [2, 8].

## Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, pelo apoio.

## References

- [1] Z. Chen, P. C. Ivanov, K. Hu and H. E. Stanley, *Effect of nonstationarities on detrended fluctuation analysis*, Phys. Rev. E, vol. 65, 041107, (2002). DOI: 10.1103/PhysRevE.65.041107.
- [2] P. C. da Silva, G. Corso and L R. da Silva, *Self-organizing criticality and the method of automatic search of critical points*, Physics Letters A, vol. 337, 279-284, (2005). DOI:10.1016/j.physleta.2004.12.095.

- [3] P. S. dos Anjos, A. S. A. da Silva, B. Stošić and T. Stošić, *Long-term correlations and cross-correlations in wind speed and solar radiation temporal series from Fernando de Noronha Island, Brazil*, Physica A, vol. 424, 90-96, (2015). DOI:10.1016/j.physa.2015.01.003.
- [4] J. F. Eichner, E. Koscielny-Bunde, A. Bunde, S. Havlin and H. J. Schellnhuber, *Power-law persistence and trends in the atmosphere: A detailed study of long temperature records*, Phys Rev E, vol. 68, 0212042, (2003). DOI: 10.1103/PhysRevE.68.046133.
- [5] M. Iqbal, *An Introduction to Solar Radiation*, Academic Press Canada, Ontario, (1983).
- [6] J. W. Kantelhardt, E. Koscielny-Bunde, H. H. Rego, S. Havlin and A. Bunde, *Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis*, Physica A, vol. 295, 441-454, (2001).
- [7] E. Koscielny-Bunde, H. E. Roman, A. Bunde, S. Havlin and H. J. Schellnhuber, *Long-range power-law correlations in local daily temperature fluctuations*, Philos Mag. B , vol. 77, 1331-1340, (1998).
- [8] G. Z. S. Lima, B. Lobão-Soares, G. C. do Nascimento, A. S. C. França, L. Muratori, S. Ribeiro and G. Corso, *Mouse Activity across Time Scales: Fractal Scenarios*, Plos one, vol. 9, e105092 (2014). DOI: 10.1371/journal.pone.0105092.
- [9] C-K. Peng, S. V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H. E. Stanley and A. L. Goldberger, *Mosaic organization of DNA nucleotides*, Phys. Rev. E, vol. 49, 1685-1689, (1994).
- [10] M. O. Santos, T. Stošić and B. Stošić, *Long-term correlations in hourly wind speed records in Pernambuco, Brazil*, Physica A, vol. 391, 1546-1552, (2012).
- [11] P. Talkner and R. O. Weber, *Power spectrum and detrended fluctuation analysis: Application to daily temperatures*, Phys. Rev. E, vol. 62, 150-160, (2000).