

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

**Inclusão da Não Linearidade de Atrito na Modelagem Matemática da Dinâmica de um Robô Gantry com Transmissão do Tipo Fuso de Esferas**

Angelo Fernando Fiori<sup>1</sup>

Ismael Barbieri Garlet<sup>2</sup>

Odmartan Ribas Maciel<sup>3</sup>

Andrei Fiegenbaum<sup>4</sup>

Leonardo Bortolon Maraschin<sup>5</sup>

Antonio Carlos Valdiero<sup>6</sup>

Luiz Antonio Rasia<sup>7</sup>

Departamento de Ciências Exatas e Engenharias, UNIJUÍ, Panambi, RS

**Resumo.** Apresenta-se a identificação experimental da não linearidade do atrito em uma transmissão mecânica do tipo fuso de esferas no protótipo de uma junta do robô Gantry acionado por motorreductores de corrente alternada e inversores de frequência e a posterior inclusão do mapa estático na validação de seu modelo dinâmico.

**Palavras-chave.** Robôs de Pórtico, Acionamento Elétrico, Validação Experimental, Modelo Dinâmico, Identificação Experimental.

## **1 Introdução**

Os sistemas robóticos, em especial os de pórtico (Gantry), vêm se tornando cada vez mais complexos e mais caros [5]. Os robôs do tipo Gantry são os mais robustos e

---

<sup>1</sup> an@unochapeco.edu.br

<sup>2</sup> ismael.garlet@hotmail.com

<sup>3</sup> odeijui@hotmail.com

<sup>4</sup> andrei.fig@hotmail.com

<sup>5</sup> leonardo.maraschin@unijui.edu.br

<sup>6</sup> valdiero@unijui.edu.br

<sup>7</sup> rasia@unijui.edu.br

possuem uma cinemática mais simples por se utilizar juntas prismáticas, com eixos perpendiculares, sendo muito aplicados pela facilidade de programação [4] especialmente nas funções de guincho robô, usinagem CNC e cortes a laser.

No entanto, o controle preciso de robôs Gantry para aplicações depende da identificação e inclusão de não linearidades relevantes como o atrito às quais são pouco estudadas enquanto pesquisa teórica-experimental, sendo um problema amplo e em aberto. Diversas pesquisas ([2], [3], [8]), tem se esforçado em desenvolver estratégias mais precisas de controle e estudar dinâmicas e aspectos de projeto, sendo o diferencial deste trabalho a reunião de diferentes olhares sob o problema da modelagem dinâmica de sistemas mecânicos em robôs: modelagem matemática, testes de bancada, validação experimental, estudo de características constitutivas e inclusão da não linearidade do atrito no modelo dinâmico do robô Gantry.

Assim, tem-se por objetivo neste trabalho incluir a não linearidade de atrito na modelagem dinâmica do protótipo de uma junta de robô do tipo Gantry acionado por inversor de frequência e motorreductor de corrente alternada. Para isso foi construído um protótipo, desenvolvida uma metodologia para a identificação experimental das características do atrito (as quais estão apresentadas no mapa estático de atrito) e posteriormente feita à inclusão destas características no modelo dinâmico do robô Gantry o qual é validado experimentalmente.

## 2 Propósito

As características não lineares do atrito estão presentes em todos os mecanismos mecânicos que incorporem movimentos. Estudá-lo e compreendê-lo é importante para perceber seus efeitos em tais mecanismos, de modo a compensar e por consequência diminuir seus efeitos. O atrito gera erros/ciclos limites no seguimento de trajetórias causando efeitos de aderência-deslizamento (que alterna movimentos e repousos), oscilações (o movimento varia em torno de uma dada posição constante), perda de movimento (ocorre quando o sistema é detido no repouso em um intervalo de tempo onde a velocidade é nula), falha de quadratura (desvios do seguimento de um movimento de múltiplos eixos), dentre outras dificuldades para o controle e a estabilidade destacadas pelos autores e que são geradas pelo atrito [1].

O atrito exhibe diversas características clássicas compostas pelo atrito estático, atrito de Coulomb, atrito viscoso e o atrito de arraste, baseados em mapas estáticos e características dinâmicas mais complexas como o atrito de Stribeck, atrito estático crescente, memória do atrito e o deslocamento de predeslizamento ([6] e [9]). As características do atrito dependem geralmente da velocidade, temperatura, sentido do movimento, lubrificação e desgaste das superfícies, da posição e da história do movimento, de modo que a escolha do modelo de atrito apropriado depende das características apresentadas [6].

A combinação das características de atrito (atrito estático, de Coulomb, viscoso, de arraste e a curva de Stribeck), resultam em uma função não linear semelhante a representada na Figura 1 onde são relacionadas a força de atrito ( $F_{atr}$ ) e a velocidade em regime permanente ( $\dot{y}(t)$ ).

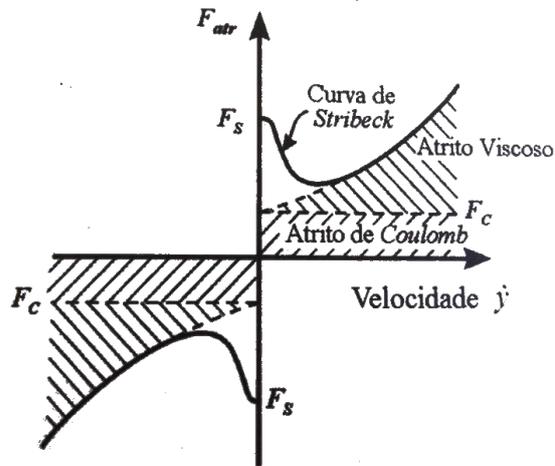


Figura 1 - Combinação das Características do Atrito em Regime Permanente  
 Fonte: Valdiero, 2012.

Um grande avanço na modelagem do atrito foi proposto por [1]. O modelo dinâmico denominado LuGre, é baseado nas microdeformações que ocorrem entre as superfícies de contato. Quando uma força tangencial é aplicada, as cerdas elásticas se deflexionam como molas. Se estas deflexões forem suficientemente grandes, as cerdas irão deslizar (*stick-slip*). A velocidade é que determina a deflexão média das cerdas nos movimentos em regime permanente, a qual é modelada pelo atrito de Stribeck [6]. O atrito dinâmico é dado pela equação (1).

$$F_{atr} = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y} \quad (1)$$

onde  $F_{atr}$  é a força de atrito dinâmico do modelo LuGre [1]. Os parâmetros dinâmicos  $\sigma_0$  e  $\sigma_1$  são o coeficiente de rigidez das deformações microscópicas entre as superfícies em contato durante o regime de predeslizamento e o coeficiente de amortecimento associado à taxa de variação de  $z$  (ou seja,  $\dot{z}$ ), respectivamente. O parâmetro estático  $\sigma_2$  é o coeficiente de amortecimento viscoso ( $B$ ). A dinâmica do estado interno do atrito é denominado por  $z$ , o qual descreve a deflexão média das superfícies em contato durante a fase de atrito estático, ou, em outras palavras, a deformação do movimento de predeslizamento. Por fim, o parâmetro  $\dot{y}$  representa a velocidade relativa entre as superfícies. A equação (1) pode ser reescrita através da equação (2) que descreve o mapa estático do atrito contemplando as características descritas

$$F_{atr} = \left( F_c + (F_s - F_c) e^{-\left(\frac{\dot{y}}{\dot{y}_s}\right)^2} \right) \text{sgn}(\dot{y}) + \sigma_2 \dot{y} \quad (2)$$

onde  $F_c$  é a força de atrito de Coulomb,  $F_s$  é a força de atrito estático e  $\dot{y}_s$  é a velocidade de Stribeck.

Este modelo pode ser incorporado no modelo dinâmico da castanha do fuso de esferas, o qual é descrito através da equação (3) e que foi obtido através do método de Newton-Euler a partir do equilíbrio dinâmico no diagrama de corpo livre [7].

$$M_{eq} \ddot{y} + F_{atreq} = \frac{2\pi}{p} T_m \quad (3)$$

A equação (3) indica que a massa deslocada sobre o eixo fuso ( $M_{eq}$ ) depende da aceleração ( $\ddot{y}$ ) adicionada à força de atrito ( $F_{atreq}$  descrita na equação (2)) resulta na força de reação que depende do passo ( $p$ ) e do torque motor aplicado ( $T_m$ ).

### 3 Método

Esta pesquisa é descritiva e exploratória classificando-se como bibliográfica e experimental. Para as simulações foi construído o protótipo de uma junta do robô Gantry com fuso de esferas sendo conectados sensores de deslocamento linear e angular. O robô será conectado a uma placa alemã dSPACE DS 1104, que integrada a um microcomputador, faz a aquisição dos sinais dos sensores e possui interface com o Simulink/MatLab<sup>®</sup> através do ControlDesk.

Os testes consistiam da regulagem de um potenciômetro em uma determinada marcação, a qual representava uma determinada velocidade de execução do movimento. Em cada marcação era executado o deslocamento positivo e negativo, variando a em cada teste a velocidade, conforme a viabilidade da instrumentação, da mais baixa a mais alta. Em cada teste são coletados os dados obtido através do ControlDesk e da instrumentação (wattímetro, voltímetro e amperímetro).

Em cada experimento foi gerado o gráfico de seu deslocamento e posteriormente, no trecho onde a velocidade é constante, ajustou-se uma reta. De posse das informações da velocidade (coeficiente angular de cada reta ajustada), estimou-se o torque motor. Para isso, utilizou-se a informação do fabricante sobre o rendimento do motorreductor CA para estimar o torque. Como em nenhuma das velocidades desempenhadas, o motor ultrapassou 50% de sua potência máxima utilizou-se um rendimento ( $\eta$ ) constante dado pelo produto entre o rendimento do motor (74%) e do redutor (78%), para o cálculo da potência mecânica.

De posse dos dados experimentais, o modelo matemático da equação (3) foi implementado em diagrama de blocos com o mapa estático de atrito e simulado computacionalmente para verificar a acurácia do modelo em detrimento aos testes experimentais realizados. Nas simulações não foi considerada a dinâmica elétrica do sistema. As simulações serão realizadas através da ferramenta de prototipagem matemática Simulink/MatLab<sup>®</sup>.

### 4 Resultados

Para a identificação da não linearidade do atrito, foram realizados testes experimentais no protótipo do robô Gantry. Para a velocidade em regime permanente de cada simulação ajustou-se uma reta a qual se faz necessário para melhorar o ajuste dos parâmetros estáticos de atrito, além de ser possível desconsiderar a inércia dada a nulidade da aceleração. A força de atrito pode ser obtida pela relação entre o passo do fuso e o torque do motor, que por sua vez foi obtido para cada simulação a partir da relação entre o rendimento, potência mecânica e velocidade em regime permanente.

Os resultados dos testes em regime permanente são representados na forma de pontos no gráfico da Figura 2.

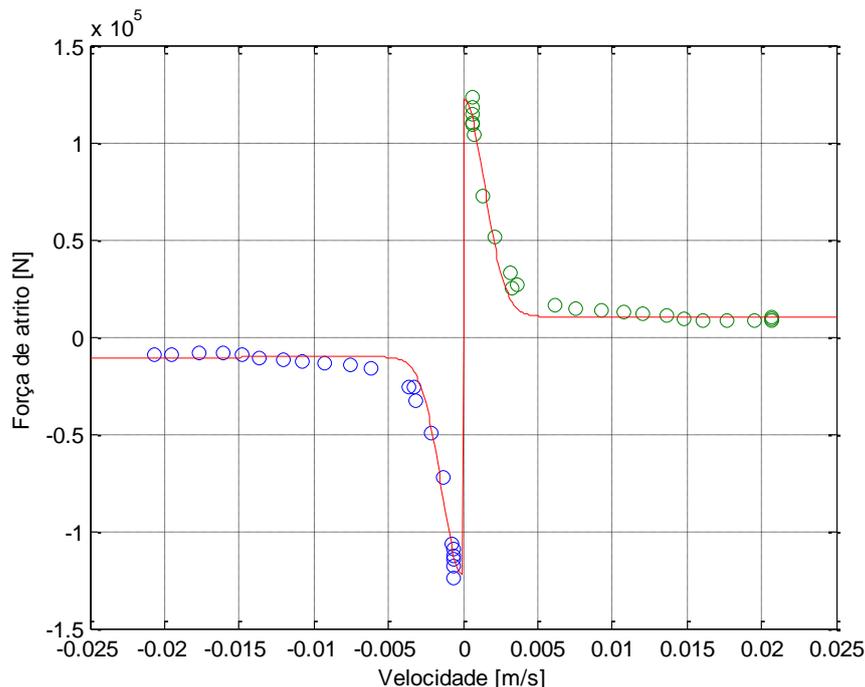


Figura 2 - Mapa Estático do Atrito Relacionando no Eixo  $y$  a Força de Atrito ( $F_{atr}$ ) e no Eixo  $x$  a Velocidade ( $\dot{y}_s$ ) em Regime Permanente  
 Fonte: próprio autor.

O ajuste de uma curva ao mapa estático, conforme apresentado na Figura 2, relacionando a velocidade em regime permanente e a força de atrito. Levando em consideração a equação (2) do atrito (mapa estático de atrito) a qual captura as características do atrito estático, atrito de Coulomb, atrito de arraste e o atrito de Stribeck. Para o ajuste utilizou-se a função *nlinfit* do MatLab e o ajuste por simulações computacionais, de modo a realizar o melhor ajuste dos parâmetros, descritos na Tabela 1.

Tabela 1 - Parâmetros para o Cálculo das Características do Atrito

Parâmetro	Descrição	Valor	Unidade
$F_c$	Coeficiente de atrito de Coulomb	10300	$N$
$F_s$	Coeficiente de atrito estático	12300	$N$
$\dot{y}_s$	Velocidade de Stribeck	0,002	$m/s$
$\sigma_{2p}$	Coeficiente de amortecimento viscoso ( $B$ ) positivo	$3,2189 \cdot 10^3$	$Ns^2/m^2$
$\sigma_{2n}$	Coeficiente de amortecimento viscoso ( $B$ ) negativo	$1,5277 \cdot 10^4$	$Ns^2/m^2$
$M$	Massa deslocada	11,250	$kg$
$J_m$	Momento de inércia do eixo motor	$1.2298 \cdot 10^{-5}$	$kgm^2$
$M_{eq}$	Massa equivalente	23,0530	$kg$

Fonte: próprio autor.

Considerando os parâmetros descritos na Tabela 1 (para o coeficiente de amortecimento viscoso negativo ( $\sigma_{2n}$ )) para se fazer a simulação utilizando o Simulink/MatLab, a partir da escrita do diagrama de blocos referente as equações (2) e (3), pode-se validar o modelo para um dos experimentos conforme a Figura 3

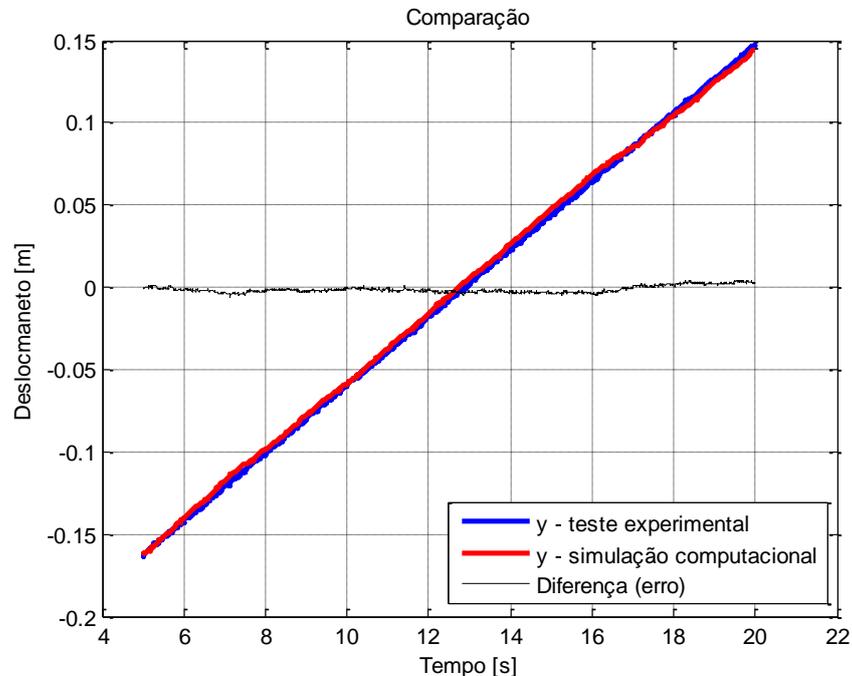


Figura 3 - Validação do Modelo Dinâmico Com a Inclusão das Características do Mapa Estático de Atrito

Fonte: próprio autor.

É relevante notar que o erro obtido é próximo de zero ao longo de todo o experimento, o que indica a acurácia do modelo adotado com a inclusão do mapa estático de atrito.

## 5 Discussões

Apresentou-se neste trabalho a identificação a não linearidade de atrito e a inclusão desta na modelagem dinâmica do protótipo de uma junta de robô do tipo Gantry acionado por inversor de frequência e motorreductor de corrente alternada. Foi construído um protótipo e identificado experimentalmente às características do atrito (as quais estão apresentadas no mapa estático de atrito) e feita a inclusão destas características no modelo dinâmico do robô Gantry o qual é validado experimentalmente. O mapa estático de atrito indica a característica do atrito de Coulomb é mais relevante em detrimento ao atrito viscoso convencional pela literatura. Na comparação apresentada na Figura 3, entre o teste experimental e a simulação computacional, percebe-se que o modelo descreve com acurácia a dinâmica da junta robótica o que pode contribuir no desenvolvimento de estratégias de controle mais precisas e por consequência, na

melhoria da qualidade dos processos além de contribuir para a robotização de baixo custo nas mais diversas aplicações, como a marcenaria e a usinagem.

## Agradecimentos

Aos autores são agradecidos a CAPES pela bolsa de mestrado e à Unijuí pela estrutura laboratorial disponível no NIMASS do Câmpus Panambi, implantado com apoio financeiro do FINEP, SEBRAE, CNPq, FAPERGS e MCT.

## Referências

- [1] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K. J. Åström and P. Lischinsky. A New Model for Control Systems with Friction, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, n. 3, 419-425, (1995), DOI: 10.1109/9.376053.
- [2] L. R. Douat, I. Queinnec, G. Garcia and M. Michelin. Identification and Vibration Attenuation for the Parallel Robot Par2, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 22, n. 1, 190-200, (2014), DOI: 10.1109/TCST.2013.2249515.
- [3] M. Hanifzadegan and R. Nagamune. Tracking and Structural Vibration Control of Flexible Ball-Screw Drives with Dynamic Variations, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 20, 133-142, (2015), DOI: 10.1109/TMECH.2014.2298241.
- [4] S. PAATZ. Anatomy of a Robot. *Engineering & Technology*, vol. 3, 42-44. (2008), DOI 10.1049/et:20080113.
- [5] W. Po-Nagen. Real-time Inter-processing for PC Based Robot Controllers in Tele-robotic and Gantry Robotic Controller System, *International Conference on Robotics and Biomimetics*, vol. 1, 1585-1589, (2009), DOI: 10.1109/ROBIO.2009.4913237.
- [6] A. S. Sanca. Controle com Compensação de Atrito para Estruturas de Base Móveis de Robôs Manipuladores, *Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, UFBA*, (2006).
- [7] L. Sciavicco, B. Siciliano. *Modeling and Control of Robot Manipulators*, McGraw-Hill, (1996).
- [8] N. Shimada, T. Yoshioka, K. Ohishi, M. Toshimasa And Y. Yokokura. Reliable Force-sensorless Contact Detection Method for Ball Screw Drive Cartesian Robot, *IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, vol. 1, 1-6, (2013), DOI: 10.1109/ISIE.2013.6563694.
- [9] A. C. Valdiero. *Modelagem Matemática de Robôs Hidráulicos*, Unijuí, (2012).