

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelagem e controle do *Aedes aegypti* durante as estações do ano através do Algoritmo Genético

Fernanda Soares Veríssimo¹ Lillia dos Santos Barsante²
José Luiz Acebal³ Rodrigo Tomás Nogueira Cardoso⁴

Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, CEFET, Belo Horizonte, MG

Resumo. Neste trabalho propomos políticas de controle à dengue em cada estação do ano, através do algoritmo genético, visando minimizar os gastos dos cofres públicos relacionados ao controle desta doença. Verificou-se que o controle realizado na estação Verão se mostrou mais eficiente quando comparado com o controle realizado nas demais estações.

Palavras-chave. Dengue, *Aedes aegypti*, Estação do Ano, Controle, Algoritmo Genético.

1 Introdução

Nos últimos anos, a dengue tem sido tema relevante nas pesquisas científicas, seja na busca de novas técnicas de monitoramento e controle de seus vetores ou no desenvolvimento de vacinas e tratamentos da doença. Segundo a World Health Organization, mais de 3,6 bilhões de pessoas estão vivendo em áreas onde há risco de se contrair a dengue [8].

Diversas espécies de fêmeas de mosquitos do gênero *Aedes* podem servir como transmissores desta doença, destacam-se o *Aedes* (*Stegomyia*) *aegypti* (Linnaeus 1762) e o *Aedes* (*Stegomyia*) *albopictus* (Skuse 1894). O principal vetor da dengue é o *Aedes aegypti*, sendo este altamente adaptado a ambientes urbanos e é responsável por diversas arboviroses tais como o vírus do Mayaro, do Chikungunya, da encefalite equina venezuelana, da febre amarela urbana e do zika vírus. O ciclo de vida completo deste vetor é composto pelas fases: imaturas (ovos, larvas e pupas) e alada (mosquitos adultos). Em condições ideais, os ovos do *Aedes* em contato com a água transformam-se em larvas, que dão origem às pupas, das quais surge o mosquito adulto [1] e [2].

Como ainda não temos no mercado uma vacina contra a doença, a política de prevenção à dengue no Brasil se dá por meio de ações educativas, monitoramento e controle do vetor, as quais se mostram trabalhosas, poucos eficazes e apresentam inviabilidade econômica à atual gestão pública. Uma vez que os recursos dos órgãos públicos não é ilimitado

¹fsv.13.fv@gmail.com

²lilliabarsante@gmail.com

³acebal@dppg.cefetmg.br

⁴rodrigoc@des.cefetmg.br

e o controle do vetor da dengue tem impacto social e ambiental, a otimização torna-se fundamental, já que seu objetivo é minimizar os custos econômicos e sociais; e maximizar a eficácia das políticas de prevenção à dengue. Desta forma, diversos trabalhos têm abordado esta questão, como [1], [3], [4] e [5].

O presente trabalho propõe um modelo de otimização baseado nas técnicas de controle ótimo, minimizando gastos relacionados com o controle do vetor da dengue. Foram estudadas três políticas de controle em cada estações do ano, considerando dois cenários. Para realizar esta otimização utilizamos o Algoritmo Genético (AG), na versão mono-objetivo.

2 Otimização

O modelo entomológico utilizado neste trabalho foi baseado no em [2]. Este modelo é formado por um sistema de equações diferenciais ordinárias não-lineares para descrever a dinâmica das populações do ciclo de vida do *Aedes aegypti*. A população da fase imatura é representada pelas populações de ovos $E(t)$ e aquática (larvas e pupas) $A(t)$; a população da fase alada é representada pelas populações de fêmeas pré-repasto sanguíneo $F_1(t)$ e fêmeas pós-repasto sanguíneo $F_2(t)$.

Dando continuidade ao trabalho elaborado por [2], consideramos as variáveis $u_1 = u_1(t)$ e $u_2 = u_2(t)$ associadas ao controle na fase imatura e alada, respectivamente. Desta forma, o modelo matemático apresentado para esta dinâmica utilizando controle ótimo é dado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE}{dt} = \phi \left(1 - \frac{E(t)}{K}\right) F_2(t) - (\alpha_1 + \mu_E + u_1)E(t), \\ \frac{dA}{dt} = \alpha_1 E(t) - (\alpha_2 + \mu_A + u_1)A(t), \\ \frac{dF_1}{dt} = \alpha_2 A(t) - (\alpha_3 + \mu_{F_1} + u_2)F_1(t), \\ \frac{dF_2}{dt} = \alpha_3 F_1(t) - (\mu_{F_2} + u_2)F_2(t), \\ \phi, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \mu_E, \mu_A, \mu_{F_1}, \mu_{F_2}, K, u_1, u_2, \geq 0, \forall t \in R_+. \end{array} \right. \quad (1)$$

Denotamos ϕ , taxa de oviposição por unidade de $F_2(t)$; K , capacidade do meio; α_1 , taxa por unidade de $E(t)$ que transforma em $L(t)$; α_2 , taxa por unidade de $L(t)$ que transforma em $P(t)$; α_3 , taxa por unidade de $P(t)$ que transforma em $F_1(t)$; α_4 , taxa por unidade de $F_1(t)$ que transforma em $F_2(t)$; μ , taxa de mortalidade natural da respectiva população.

Além das variáveis $u = (u_1, u_2)$, consideramos também as variáveis $(t_1$ e $t_2)$, definidas como o período ótimo para a aplicação de u_1 e u_2 , respectivamente.

Os parâmetros entomológicos considerados no modelo (1) estão ilustrados na Tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros entomológicos adotados no modelo (1), para os três períodos: favorável, intermediário, desfavorável. Fonte: ** [2] e * [7].

Símbolo	Favorável	Intermediário	Desfavorável
ϕ^*	1 dia ⁻¹	1 dia ⁻¹	1 dia ⁻¹
K^*	100	100	100
m_E^*	(1/100) dia ⁻¹	(1/100) dia ⁻¹	(1/100) dia ⁻¹
m_A^*	(1/62) dia ⁻¹	(1/62) dia ⁻¹	(1/62) dia ⁻¹
$m_{F_1}^*$	(1/35) dia ⁻¹	(1/25) dia ⁻¹	(1/17) dia ⁻¹
$m_{F_2}^*$	(1/35) dia ⁻¹	(1/25) dia ⁻¹	(1/17) dia ⁻¹
α_1^*	(1/2) dia ⁻¹	(1/3,3) dia ⁻¹	(1/5) dia ⁻¹
α_2^*	(1/6) dia ⁻¹	(1/11,1) dia ⁻¹	(1/26) dia ⁻¹
α_3^{**}	(1/5) dia ⁻¹	(1/5) dia ⁻¹	(1/5) dia ⁻¹

Neste trabalho, propomos três políticas de controle do vetor da dengue, considerando o ano com 360 dias e dividido em três períodos: (i) Favorável: Verão que se caracteriza por alta temperatura e umidade; (ii) Intermediário: Primavera e Outono que se caracterizam por temperatura e umidade medianas; e (iii) Desfavorável: Inverno que se caracteriza pela baixa temperatura e umidade. Na primeira política, o controle é realizado apenas fase imatura do vetor (Caso I: controle apenas em u_1 e t_1 , considerando o Cenário 2). Na segunda política, o controle é feito apenas na fase alada (Caso II: controle apenas em u_2 e t_2 , considerando o Cenário 1). Na terceira política, o controle é realizado em ambas as fases do vetor (Caso III e Caso IV: controle em u_1, u_2, t_1 e t_2 , considerando os Cenários 1 e 2, respectivamente).

Estas políticas visam analisar a minimização do custo relacionado com: (i) controle do vetor da dengue; (ii) tempo de aplicação deste controle e (iii) mortalidade de fêmeas pós-repasto sanguíneo do vetor. Para esta abordagem, adotamos um funcional quadrático para o índice de desempenho $J[u, t]$. A condição inicial deste funcional, corresponde ao valor do ponto de equilíbrio não trivial do modelo (1) da estação do ano anterior a que será realizada o controle; c_1 representa o custo relativo do controle na fase imatura; c_2 representa o custo relativo na fase alada e c_3 representa a importância relativa do custo com a população $F_2(t)$. Os coeficientes adotados em $J[u, t]$ relativo aos cenários 1 e 2 são ($c_1=100; c_2=10; c_3=0,01$) e ($c_1=10; c_2=100; c_3=0,01$), respectivamente.

$$\begin{aligned}
 \text{Política1 - Minimizar: } J[u, t] &= \frac{1}{2}(c_1 \sum u_1^2 t_1 + c_3 \sum F_2^2) dt \\
 &\text{sujeito a: modelo (1);} \\
 &0 \leq u_1(t) \leq U_1; 0 \leq t_1(t) \leq T_1; \\
 &E(0) = E^{**}; A(0) = A^{**}; F_1(0) = F_1^{**}; F_2(0) = F_2^{**}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textit{Política2} : \textit{ Minimizar: } J[u, t] &= \frac{1}{2}(c_2 \sum u_2^2 t_2 + c_3 \sum F_2^2) dt \\
 &\textit{ sujeito a : modelo (1);} \\
 &0 \leq u_2(t) \leq U_2; 0 \leq t_2(t) \leq T_2; \\
 &E(0) = E^{**}; A(0) = A^{**}; F_1(0) = F_1^{**}; F_2(0) = F_2^{**} \\
 \textit{Política3} - \textit{ Minimizar: } J[u, t] &= \frac{1}{2}(c_1 \sum u_1^2 t_1 + c_2 \sum u_2^2 t_2 + \sum c_3 F_2^2) dt \\
 &\textit{ sujeito a : modelo (1);} \\
 &0 \leq u_1(t) \leq U_1; 0 \leq u_2(t) \leq U_2; \\
 &0 \leq t_1(t) \leq T_1; 0 \leq t_2(t) \leq T_2 \\
 &E(0) = E^{**}; A(0) = A^{**}; F_1(0) = F_1^{**}; F_2(0) = F_2^{**}
 \end{aligned}$$

A minimização do funcional $J[u, t]$ destas políticas foi resolvida numericamente através do Algoritmo Genético Real Polarizado (AGRP) proposto por [6]. Este é um algoritmo, em que a busca segue à direção de uma tendência (com uma informação semelhante à fornecida pelo gradiente), o que não é feito por nenhum operador genético convencional, mas mantendo a vantagem do AG de avaliar apenas a função objetivo (sem nenhum cálculo de derivadas).

O AGRP foi implementado no software MATLAB[®] 7.9.0.529 (R2009a) em um computador Intel(R) Core(TM) i5 3,2 GHz com 4GB de memória RAM do Laboratório do Centro de Computação Científica do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, do Campus II, do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. O algoritmo foi simulado 30 vezes, considerando 300 o número de indivíduos da população; 1000 o número máximo de gerações; 5% a taxa de mutação; 90% a taxa de cruzamento; $u_1 \in [0 \ 1]$; $u_2 \in [0 \ 0,4]$; t_1 e $t_2 \in [0 \ 90]$. As variáveis u_1^* e u_2^* geradas no AG, foram consideradas constantes no tempo ótimo (t_1^* e t_2^*) relativo a cada política de controle nos cenários 1 e 2. Foi escolhido aleatoriamente o valor das variáveis resultante das 30 execuções para obter o melhor índice de desempenho $J[u, t]$.

A eficiência de cada controle e a evolução da dinâmica populacional do modelo (1) foi feita apenas para a população $F_2(t)$, uma vez, que esta é a população que transmite à doença para os seres humanos. O cálculo desta eficiência foi baseado no trabalho de [7], e é dada por:

$$\Sigma = \left(1 - \left(\frac{A_c}{A_s} \right) \right) \times 100$$

onde A_c é a área abaixo da curva da população $F_2(t)$ com controle e A_s a área abaixo da curva da população $F_2(t)$ sem controle.

3 Resultados e Discussão

Os resultados da otimização mono-objetivo obtidos após as 30 execução do algoritmo AGRP em cada política de controle realizada nas estação do ano estão ilustrados na Tabela 2.

Tabela 2: Comparação entre os tipos de controle, variáveis de decisão, valor da função-objetivo e eficiência realizados em cada estação do ano.

Estação: Outono			
Tipo de controle	$u = [u_1; u_2; t_1; t_2]$	$J[u, t]$	Eficiência(%)
Sem controle	$u = [0; 0; 0; 0]$	7.66×10^4	–
Caso I	$u = [0, 999; 0; 87; 0]$	$1, 44 \times 10^7$	32, 5
Caso II	$u = [0; 0, 399; 0; 70]$	$1, 16 \times 10^4$	47, 6
Caso III	$u = [0, 386; 0, 399; 32; 77]$	$1, 10 \times 10^4$	76, 0
Caso IV	$u = [0, 428; 0, 399; 78; 16]$	$1, 11 \times 10^4$	51, 8
Estação: Inverno			
Caso I	$u = [0, 999; 0; 75; 0]$	$1, 44 \times 10^6$	8, 20
Caso II	$u = [0; 0, 399; 0; 61]$	$2, 07 \times 10^3$	7, 73
Caso III	$u = [0, 021; 0, 399; 79; 63]$	$1, 58 \times 10^3$	10, 1
Caso IV	$u = [0, 184; 0, 305; 76; 16]$	$1, 66 \times 10^3$	10, 9
Estação: Primavera			
Caso I	$u = [0, 999; 0; 84; 0]$	$3, 66 \times 10^5$	38, 9
Caso II	$u = [0; 0, 304; 0; 78]$	$7, 25 \times 10^2$	36, 2
Caso III	$u = [0, 075; 0, 399; 29; 69]$	$2, 67 \times 10^2$	42, 5
Caso IV	$u = [0, 41; 0, 399; 77; 12]$	$3, 68 \times 10^2$	39, 0
Estação: Verão			
Caso I	$u = [0, 999; 0; 88; 0]$	$4, 94 \times 10^6$	71, 6
Caso II	$u = [0; 0, 399; 0 73]$	$2, 39 \times 10^3$	81, 3
Caso III	$u = [0, 24; 0, 399; 7; 77]$	$1, 79 \times 10^3$	82, 5
Caso IV	$u = [0, 46; 0, 399; 81; 23]$	$1, 96 \times 10^3$	81, 6

Observa-se da Tabela 2 um comportamento similar entre os casos de todas as estações. Os Casos III e IV utilizam o mesmo tipo de política de controle e a quantidade de u_2 utilizada em ambos os casos foi alta, com os cenários influenciando quanto ao número de dias. Percebemos que o Caso III apresentou melhor eficiência e menor valor de $J[u, t]$ que o Caso IV, o que nos leva a concluir que o controle u_1 não é determinante e sim um complemento do controle u_2 para reduzir a população $F_2(t)$. Nos Caso II e IV, que utilizam o mesmo cenário, percebemos que mesmo com um alto custo de u_2 , o número de dias de uso deste controle foi bem maior no Caso II, pelo fato deste fazer apenas o controle na fase alada. No entanto, com o aumento do número de dias e o alto custo de u_2 , o valor da função $J[u, t]$ aumentou e a eficiência diminuiu. Desse modo, o Caso IV vem corroborar que o controle u_1 serve como um complemento do controle u_2 , de modo a aumentar sua eficiência e diminuir seu valor de função $J[u, t]$. No Caso I, onde o controle é realizado apenas na fase imatura verificou-se a pior eficiência e o maior valor de função $J[u, t]$. O controle realizado na estação Verão se mostrou o mais eficiente quando comparado ao controle realizado nas outras estações. O controle realizado na estação Primavera apresentou o menor valor

de função $J[u, t]$, mas razoável eficiência, sendo esta inferior a da estação Outono, com exceção do Caso I. O controle realizado na estação Inverno se mostrou o menos viável, por apresentar um alto valor de $J[u, t]$ e baixa eficiência. As figuras 1 e 2 ilustram estes resultados através da comparação entre a evolução da população $F_2(t)$ sem controle e com as políticas controle.

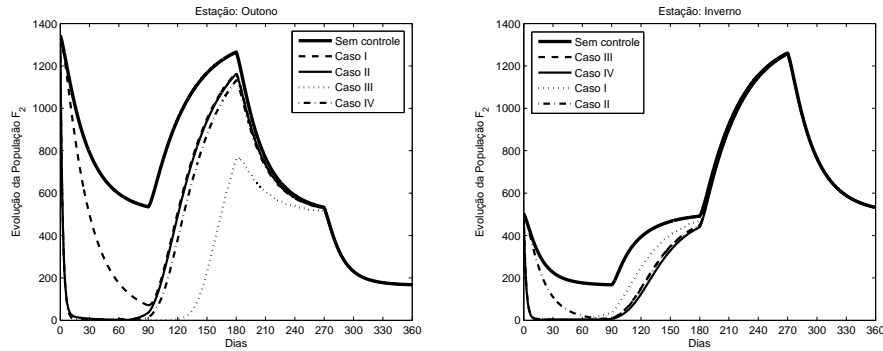


Figura 1: Comparação entre a evolução da população $F_2(t)$ sem controle e com as políticas de controle, nas estações Outono e Inverno.

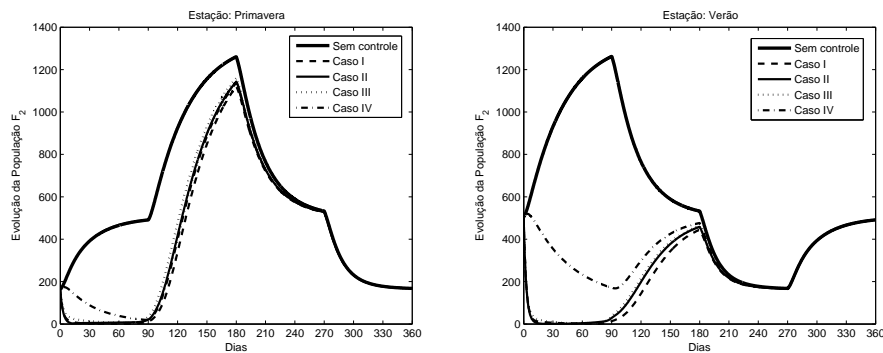


Figura 2: Comparação entre a evolução da população $F_2(t)$ sem controle e com as políticas de controle, nas estações Primavera e Verão.

4 Conclusão

É de suma importância melhorar a eficiência do controle dos vetores da dengue, uma vez que este é o método mais utilizado no combate à doença. Neste trabalho foi verificado que a estação mais propícia para se realizar este controle é no Verão. Esta é a estação que os gestores públicos intensificam o controle à dengue, mas como este controle não é realizado de forma eficiente, resulta em um crescente aumento do número de pessoas acometidas com esta doença nesta estação. O controle quando realizado em ambas as

fases do ciclo de vida do *Aedes aegypti* melhora a eficiência e reduz o valor de função $J[u, t]$ em cada estação do ano. Desta forma, as políticas de controle 1 e 2 se tornam inviáveis.

Agradecimentos

Os autores expressam seus agradecimentos ao apoio financeiro da Fundação de Amparo a Pesquisa de Minas Gerais - FAPEMIG e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, e também do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG.

Referências

- [1] L. S. Barsante, R. T. N. Cardoso e J. L. Acebal, Otimização multiobjetivo no controle de gastos com inseticidas e machos estéreis no combate da dengue. XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2340–2351, (2011).
- [2] L. S. Barsante, Dependência entre pluviosidade e população de fêmeas *Aedes aegypti* grávidas descritas através de um sistema dinâmico não linear, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, (2012).
- [3] W. O. Dias, G. A. Xavier, D. A. P. Lima, E. F. Wanner, and R. T. N. Cardoso, Optimization of costs for combating *Aedes aegypti* in optimal time-windows, BIOMAT 2013, 136–157, (2014).
- [4] H. O. Florentino, D. R. Cantane, F. L. P. Santos and B. F. Bannwart, Multiobjective genetic algorithm applied to dengue control, Mathematical Biosciences, vol. 258, 77–84, (2014).
- [5] L. G. Lyra, Algoritmo genético aplicado ao controle do mosquito transmissor da dengue, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Biociências de Botucatu/SP, (2014).
- [6] R. H. C. Takahashi, J. A. Vasconcelos and L. Krahenbuhl, A multiobjective methodology for evaluating genetic operators, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 39(3):1321–1324, (2003).
- [7] H. M. Yang and C. P. Ferreira, Assessing the effects of vector control on dengue transmission, Applied Mathematics and Computation, vol. 198, 401–413, (2008).
- [8] World Health Organization, (2015). Disponível em: <http://www.euro.who.int/en/health-topics/communicable-diseases/vector-borne-and-parasitic-diseases/dengue-and-chikungunya>. Acessado em: 01/04/2015.