

Identificação de Modelo ARX e Controle PI-D de um Conjunto Experimental Correia Rolante e Motor CC

Eduardo de Melo Mapurunga¹

Clóvis Pontes Façanha²

UNIFOR - CCT - Engenharia de Controle e Automação, Fortaleza, CE,

José Everardo Bessa Maia³

UECE - CCT - Ciência da Computação, Fortaleza, CE

Resumo. Este trabalho apresenta o procedimento, os resultados e a validação da identificação de um modelo ARX (*autoregressive exogenous*) para um conjunto experimental construído em laboratório formado por uma Correia Rolante acionada por Motor CC. Para fins de comparação foi também identificado um modelo de segunda ordem pelo ajuste dos parâmetros da resposta temporal a um degrau de entrada. Para validar o modelo ARX, controladores PI-D discretos para o conjunto foram projetados utilizando os dois modelos e os seus desempenhos foram comparados em ensaios de variação de carga em degrau utilizando o índice NRMSE (*normalized root mean square error*). Os resultados mostram que o controlador PI-D projetado com base no modelo ARX apresentou desempenho superior indicando sua melhor adequação para este projeto.

Palavras-chave. Identificação de Sistemas, Modelo ARX, Sistemas Dinâmicos, Controle PI-D, Controle de Motor CC.

1 Introdução

Identificação de sistemas consiste na modelagem matemática de um sistema dinâmico a partir do comportamento entrada-saída do sistema físico. Este procedimento exige a definição de uma classe de modelos e um critério de seleção de modelos adequado para a classe escolhida. O objetivo final é aproximar o sistema físico cujo modelo exato é desconhecido por uma equação a diferenças (ou diferencial) utilizando os dados experimentais disponíveis [4, 7].

Identificação de sistemas adquire maior importância devido a crescente complexidade dos processos de produção e a demanda por alta eficiência em processos industriais, o que força os sistemas de controle associados a possuírem maior robustez e precisão. Visando

¹edumapurunga@gmail.com

²clovis.facanha@hotmail.com

³jose.maia@uece.br

o aprimoramento dos sistemas de controle para responder a demanda destas aplicações, faz-se necessário extrair maior conhecimento sobre as plantas a serem controladas [1].

Por outro lado, os processos industriais com os quais a engenharia trabalha muitas vezes são complexos em demasia para a obtenção satisfatória de um modelo determinístico a partir das leis físicas, fazendo-se necessárias várias aproximações e linearizações. A identificação de sistemas torna-se assim um elo entre as aplicações do mundo real e o mundo matemático da teoria de controle e suas abstrações [4].

Neste estudo, um modelo ARX (*autoregressive exogenous*) é identificado para um conjunto experimental constituído de Correia Rolante acionada por um Motor CC. Para validar o modelo ARX, foi também identificado um modelo de segunda ordem pelo ajuste dos parâmetros da resposta temporal a um degrau de entrada. Então, controladores PI-D discretos para o conjunto foram projetados utilizando os dois modelos e os seus desempenhos foram comparados utilizando o índice NRMSE (*normalized root mean square error*) na resposta a variações de carga em degrau.

Na Seção 2 é apresentada uma breve revisão de identificação de modelos ARX, identificação de modelos de segunda ordem pela resposta temporal e controle PI-D. Na Seção 3 são apresentados e discutidos os resultados e o artigo é concluído na Seção 4.

2 Identificação e Controle de Sistemas

2.1 Modelos ARX e Estimação por Mínimos Quadrados Médio

A determinação do modelo é feita através da descrição do sistema como uma equação a diferenças, que relaciona a entrada $u(k)$ com saída $y(k)$ da planta. Um modelo genérico de sistema pode ser representado pela Equação 1,

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + v(k), \quad (1)$$

na qual q^{-1} é o operador de atraso unitário, de forma que $y(k) * q^{-n} = y(k-n)$, $v(k)$ é um ruído branco com média zero e variância σ^2 , não correlacionado com a entrada (Ljung, 1999). Os polinômios $A(q)$ e $B(q)$ são da forma $A(q) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{n_a}q^{-n_a}$ e $B(q) = b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{n_b}q^{-n_b}$.

O modelo em questão é conhecido como Autoregressivo com entrada exógena (ARX – *Autoregressive with exogenous input*) (Ljung, 1999). Para uma notação mais compacta é utilizada a forma matricial representada por:

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta + v(k), \quad (2)$$

em que $\theta^T = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ \dots \ a_{n_a} \ b_1 \ \dots \ b_{n_b}]$ e $\varphi^T = [-y(k-1) \ -y(k-2) \ \dots \ -y(k-n_a) \ u(k-1) \ \dots \ u(k-n_b)]$, com θ sendo o vetor de parâmetros a estimar, enquanto que o vetor φ contém os dados do sistema. Para um conjunto de dados de tamanho N obtém-se em notação matricial:

$$Y_N^T = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(N)], \quad \phi_N^T = [\varphi(1) \ \varphi(2) \ \dots \ \varphi(N)]. \quad (3)$$

O vetor de parâmetros estimado pode ser obtido através da estimação por mínimos quadrados de acordo com a seguinte equação:

$$\hat{\theta}_N = [\phi_N^T \phi_N]^{-1} \phi_N^T Y_N. \quad (4)$$

2.2 Identificação paramétrica pela resposta temporal ao degrau

Utilizando métodos clássicos, foram identificados modelos de primeira e de segunda ordens para contrastar com o modelo ARX quando utilizados no controle PI-D. O primeiro foi um modelo de primeira ordem com atraso de transporte (*fodt - First Order Delay Time*). Este modelo pode ser uma boa aproximação para representar sistemas de ordem superior por um sistema de primeira ordem com tempo morto (Sun Yi e Ulsoy, 2011). O modelo é representado pela Equação 5:

$$G_p(s) = \frac{\Delta y}{(\tau s + 1)} * e^{-t_m s} \quad (5)$$

Onde: Δy = Ganho estático; t_m = Atraso de transporte; τ = Constante de tempo; $G_p(s)$ = Função de transferência identificada do processo. O ganho estático é de fácil determinação. Vários métodos já foram propostos para determinar o traso de transporte t_m e a constante de tempo τ . O primeiro método baseado em pontos sobre a curva de reação foi proposto por Smith (1972) e foi adotado aqui. O método seleciona os tempos em que a resposta alcança $t_1 = 28,3\%$ e $t_2 = 63,2\%$ do valor final estabilizado da resposta ao degrau de malha aberta e resolve o sistema de equações $\tau = at_1 + bt_2$, $t_m = ct_1 + dt_2$, com $a = -1,5$, $b = 1,5$, $c = 1,5$ e $d = -0,5$. O atraso de transporte t_m pode ser determinado visualmente pelo atraso entre o momento de aplicação do degrau de entrada e o início da resposta.

O modelo de segunda ordem parte da função de transferência canônica de segunda ordem

$$G(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}, \quad (6)$$

onde K é o ganho, ω_0 é a frequência natural não amortecida e ζ é o coeficiente de amortecimento. A determinação de K , ω e ζ pode ser feita a partir dos pontos de máximos e mínimos locais da resposta ao degrau desse sistema e podem ser determinados pelo seguinte conjunto de equações [7]:

$$\begin{aligned} t_k &= k \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \\ y(t_k) &= K[1 - (-1)^k M^k] \\ M &= \exp[-\zeta\pi\sqrt{1-\zeta^2}] \end{aligned} \quad (7)$$

2.3 Controle PI-D discreto

Controladores PID são intensamente utilizados na indústria devido ao seu desempenho satisfatório associado a facilidade de sintonizar derivada do pequeno número de parâmetros ajustáveis. A ação de controle do controlador PID discreto, em função do erro, na forma

de velocidade, é dada pela equação

$$M(z) = -K_P C(z) + K_I \frac{R(z) - C(z)}{1 - z^{-1}} - K_D(1 - z^{-1})C(z) \quad (8)$$

na qual q^{-1} é o operador de atraso unitário, de forma que $y(k) * q^{-n} = y(k-n)$, $v(k)$ é um ruído branco com média zero e variância σ^2 , não correlacionado com a entrada (Ljung, 1999).

Entretanto, note que a ação derivativa atuando sobre o erro pode gerar pulsos de grande amplitude, uma situação indesejável em qualquer aplicação prática. O controlador PI-D é um controlador PID modificado no qual a ação derivativa atua apenas sobre a realimentação da saída conforme o diagrama da Figura 3(a). Nesta configuração a ação de controle é dada pela equação [8]

$$u_{PI}(z) = \left(K_P - \frac{K_I T}{2} + \frac{K_I T}{1 - z^{-1}}\right)E(z), \quad u_D(z) = K_D \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} Y(z). \quad (9)$$

É fácil mostrar que essa modificação não altera a função de transferência entre a entrada de distúrbio e a saída.

3 Resultados e discussão

3.1 Conjunto experimental Correia Rolante-Motor CC

O conjunto é constituído de motor CC de campo constante com redutor, microcontrolador Arduino, drive de potência e correia rolante acoplada conforme a Figura 1(a). O motor utilizado foi de alta rotação com rotação nominal de 10.000 rpm com um redutor de 43:1. Fez parte do projeto construir e testar o protótipo eletromecânico da correia rolante incluindo o acoplamento do motor de corrente contínua com codificador para aquisição de dados de velocidade. Foram coletados 10.000 pontos das respostas ao degrau e a uma entrada PRBS com um período de amostragem de 4,97 ms. A Figura 1(b) mostra uma fotografia da bancada de teste.

3.2 Modelos identificados

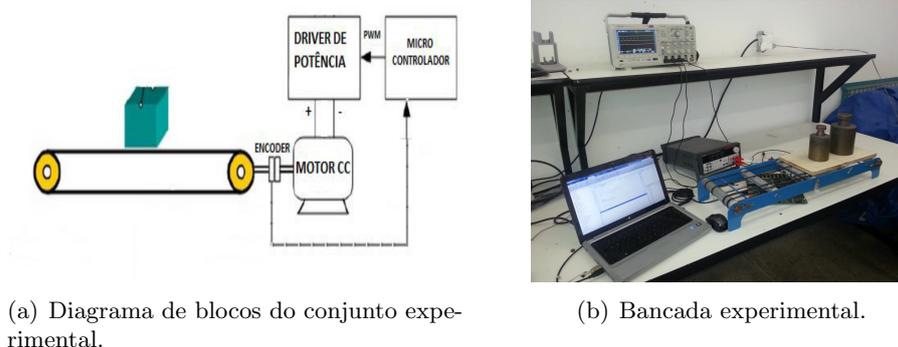
Utilizando os procedimentos descritos na Seção 2 e os dados experimentais obtidos como descrito na Subseção 3.1 os modelos da função de transferência de malha aberta identificados foram os apresentados a seguir. Modelo de primeira ordem: $G_{ma}(s) = \frac{21,6}{s+25,86} e^{-9,94s}$. O valor $t_m = 9,94$ foi determinado visualmente como sendo igual dois períodos de amostragem. Modelo de segunda ordem: $G_{ma}(s) = \frac{20,42s+2395}{s^2+100,8s+2867}$. Modelo ARX:

$$y(k) = 0,433y(k-1) + 0,433y(k-2) + 0,2438u(k-1), \quad (10)$$

que resulta na função de transferência discreta,

$$G_P(z) = \frac{0,24z^{-1}}{1 - 0,43z^{-1} - 0,43z^{-2}} \quad (11)$$

Os dados coletados também foram usados na ferramenta *Sisotool* do toolbox *Ident* do *Matlab* para comparar com os modelos acima identificados.



(a) Diagrama de blocos do conjunto experimental.

(b) Bancada experimental.

Figura 1: Conjunto experimental.

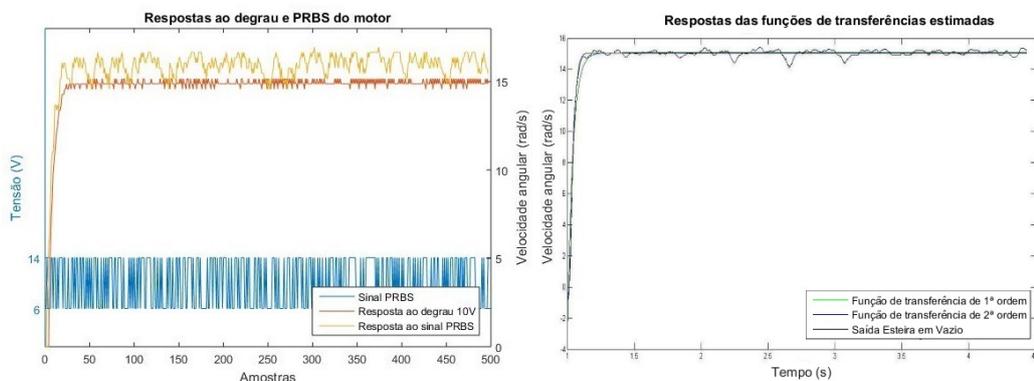


Figura 2: (a) Respostas ao degrau e PRBS do conjunto e (b) respostas ao degrau das funções de transferência estimadas.

3.3 Controle PI-D do Conjunto Correia Rolante - Motor CC

O projeto do controle PI-D resultou nas seguintes funções de transferência discretas para os blocos PI e D.

A equação à diferenças do controle PI resultou em

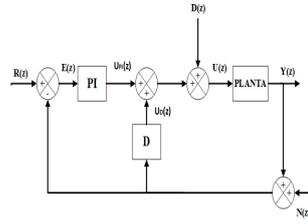
$$u_{PI}(k) = u_{PI}(k-1) + 0,547e(k) - 0,4243e(k-1) \quad (12)$$

que resulta na função de transferência discreta do Controle PI:

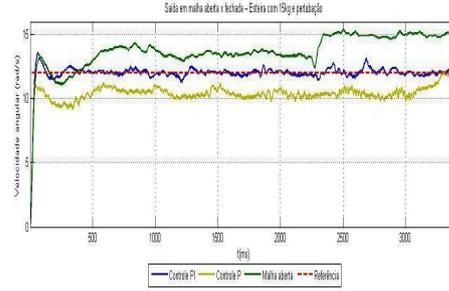
$$G_{PI}(z) = \frac{0,5471z - 0,4243}{z - 1} \quad (13)$$

Função de transferência do Controle D:

$$G_D(z) = \frac{0,39(z - 1)}{(z + 1)} \quad (14)$$



(a) Configuração do controlador PI-D.



(b) Respostas do controle a um degrau de carga.

Figura 3: Conjunto experimental.

3.4 Discussão dos resultados

Os resultados finais dos experimentos são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Resultados dos desempenhos dos controles PI-D utilizando os diversos modelos identificados

Modelo	MSE	NRMSE
ARX	0,50	0,06
Ordem 1	1,70	0,43
Ordem 2	1,10	0,26

O conjunto experimental de baixo custo construído no laboratório mostrou-se um sistema fortemente ruidoso como pode-se ver da resposta ao degrau em vazio na Figura 3(b). Esta figura mostra que as imperfeições na construção da correia rolante dá origem a um ruído de carga permanente. Isso se deve a que níveis diferentes de atrito e de pressão das correias sobre os cilindros, além das imperfeições no alinhamento dos cilindros variam a carga durante o ciclo de giro da correia.

Na Figura 3(b) a correia rolante parte com uma carga de 15 Kg. O degrau de carga é aplicado após 2,30 segundos quando o peso para fora da correia e cai (sai da correia). A Figura 3(b) mostra as respostas para malha aberta, controle proporcional e controle PI-D utilizando o modelo ARX identificado. Esta figura mostra que a combinação controle PI-D com o modelo ARX atuou eficazmente na compensação do degrau de carga.

4 Conclusão

Foram apresentados os resultados de um projeto de construção experimental em laboratório de um conjunto Correia Rolante - Motor CC de campo constante e a identificação e controle PI-D do conjunto. Foram identificados três modelos: um modelo de função de transferência de primeira ordem com atraso de transporte, um modelo de função de

transferência de segunda ordem e um modelo ARX de segunda ordem identificado pelo método dos mínimos quadrados médio. Na aplicação dos modelos de segunda ordem para o controle PI-D eles foram utilizados em cascata com o atraso de transporte identificado para o modelo de primeira ordem.

Em conclusão, o modelo ARX(2,1,1) mostrou-se superior aos outros dois reduzindo em 30% o NRMSE na resposta a um distúrbio de carga em degrau aplicado sobre o ponto de operação do controle.

Referências

- [1] L. A. Aguirre, Introdução à Identificação de Sistemas, 3^a Ed., Ed. UFMG, (2007).
- [2] J. Kon, Y. Yamashita, T. Tanaka, A. Tashiro and M. Daiguji, Practical application of model identification based on ARX models with transfer functions. *Control Engineering Practice*, 21(2), p. 195-203, (2013).
- [3] L. Ljung, System identification toolbox: User's guide. MathWorks Incorporated, (1995).
- [4] L. Ljung, System identification: theory for the user, PTR Prentice Hall Information and System Sciences Series 198 (1987).
- [5] Katsuhiko Ogata, Discrete-time control systems, 2nd Ed., Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, (1995).
- [6] J. Schoukens, R. Pintelon and Y. Rolain, Mastering System Identification in 100 Exercises, IEEE PRESS and JOHN WILEY and SONS, INC., (2012).
- [7] T. Söderström and P. Stoica, System Identification, Prentice-Hall International, Hemel Hempstead, UK, (1989).
- [8] K. S. Tang, K. F. Man, G. Chen and S. Kwong, An optimal fuzzy PID controller. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 48(4), p. 757-765, (2001).