

# Aplicação do método VRFT no projeto de controle de quadricópteros

Diego Eckhard<sup>1</sup>

Departamento de Matemática Pura e Aplicada, UFRGS, Porto Alegre, RS

Augusto A. D. de Mattos<sup>2</sup>

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Sul, Canoas, RS

Douglas Tesch<sup>3</sup>

Departamento de Engenharia Elétrica, UFRGS, Porto Alegre, RS

**Resumo.** Neste trabalho é analisada a aplicabilidade do projeto de controladores de aeronaves não tripuladas por técnicas de projeto baseadas em dados. O método Virtual Reference Feedback Tuning (VRFT) é apresentado e aplicado no controle de ângulos de *pitch* e *roll* em um quadricóptero. Experimentos realizados no veículo demonstram a capacidade da técnica. **Palavras-chave.** Aeronave não tripulada, quadricóptero, controle, controle baseado em dados, VRFT.

## 1 Introdução

Aeronaves não tripuladas tem se popularizado nos últimos anos para inúmeras atividades como: preservação ambiental, monitoração de focos de incêndio, detecção de pragas na agricultura, monitoramento de linhas de transmissão, mapeamento tridimensional e prestação de serviços em desastres. Estas aeronaves possuem diversas vantagens às aeronaves tripuladas tanto pela redução de custo como no aumento da segurança do piloto. Uma classe de aeronave muito utilizada é dos multirotores, nas quais hélices diretamente acopladas aos motores são responsáveis por gerar empuxo, levando a movimentação da aeronave. Quando se usa quatro rotores esta aeronave é chamada de quadrirotor, quadrotor ou quadricóptero. Esta configuração tem sido muito utilizada tendo em vista seu custo baixo, alta manobrabilidade e segurança [8].

Para que estas aeronaves voem de maneira autônoma é necessária a utilização de sistemas de navegação e controle embarcados na aeronave. Tipicamente, estes sistemas são projetados utilizando modelos matemáticos do veículo, descrito por um conjunto de equação diferenciais não-lineares. Inúmeros trabalhos, por exemplo [2, 5, 6], tem buscado obter modelos matemáticos da aeronave que tentam considerar a precisão do modelo e sua complexidade. Modelos muito simples, como os modelos lineares, não conseguem descrever a dinâmica do voo com fidelidade. Já modelos precisos são demasiadamente complexos o

---

<sup>1</sup>diegoeck@ufrgs.br

<sup>2</sup>augusto.mattos@canoas.ifrs.edu.br

<sup>3</sup>douglasatesch@gmail.com

que dificulta sua análise e uso no sistema embarcado da aeronave. Outro fator relevante no projeto dos sistemas de navegação é a carga que a aeronave carrega. Como estas aeronaves são bastante pequenas e leves, a simples inserção de pequenas cargas modifica bastante o comportamento aerodinâmico do veículo, o gera a necessidade de reprojeto dos sistemas de controle e navegação.

Neste trabalho vamos analisar a possibilidade de uso de estratégias de controle baseadas em dados para o projeto dos sistemas de controle de voo. Estas técnicas não utilizam modelos matemáticos do sistema no projeto do controlador; toda a informação necessária do sistema é obtida de dados temporais coletados do sistema. Estas técnicas permitem portanto fácil reprojeto dos controladores, quando a dinâmica da aeronave é modificada, pois apenas necessita de dados coletados de voo para reajustar os parâmetros dos controladores. Entre os métodos baseados em dados [1], existem métodos iterativos, que utilizam vários experimentos, e os métodos diretos, baseados em apenas um experimento. Os métodos iterativos são considerados métodos mais seguros que os métodos diretos porque, a cada experimento, o controlador presente no sistema é re-sintonizado, de modo que os valores dos parâmetros não mudam drasticamente em cada iteração. No entanto, muitas vezes, são necessários vários experimentos até que o método atinja o controlador ótimo, o que torna estes métodos demorados.

Entre os métodos diretos podemos citar: VRFT (*Virtual Reference Feedback Tuning*) [4], uma versão não iterativa do método CbT (*Correlation based Tuning*) [7] e o método OCI (*Optimal Controller Identification*) [3]. Diferentemente dos métodos iterativos, os parâmetros do controlador são estimados em apenas um passo. Neste trabalho vamos utilizar o método VRFT no ajuste dos controladores de um quadricóptero de forma *off-line* em software Matlab.

## 2 Descrição do Quadricóptero

O veículo utilizado neste trabalho é do tipo quadricóptero e possui um conjunto de quatro rotores como mostrado na Figura 1. Considerando um sistema de coordenadas localizado no centro do veículo, a frente do veículo é na direção  $y$  que é a direção do rotor 1. Gostaríamos de controlar os ângulos de *pitch*  $\theta$  (giro em torno do eixo  $x$ ), *roll*  $\phi$  (giro em torno do eixo  $y$ ) e *yaw*  $\psi$  (giro em torno do eixo  $z$ ). Neste trabalho vamos utilizar a convenção da mão direita para medida dos ângulos.

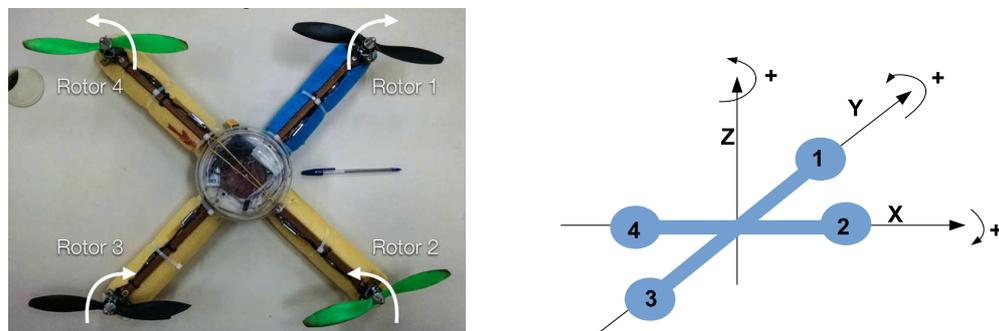


Figura 1: Foto do quadricóptero e sistema de coordenadas

O movimento do veículo ocorre pela reação aos empuxos e torques gerados pelos rotores. Os rotores 2 e 4 giram no sentido anti-horário (olhando de cima) e utilizam hélices com passo normal enquanto que os rotores 1 e 3 giram no sentido horário e utilizam hélices com passo reverso. Desta maneira, todos os rotores geram empuxo na direção negativa do eixo  $z$ .

Observe que para aumentar o ângulo de *pitch* devemos aumentar a rotação do rotor 1 e/ou diminuir a rotação do rotor 3. Já para diminuir o ângulo de *pitch* podemos fazer o movimento contrário, diminuindo a rotação do rotor 1 e/ou aumentando a rotação do rotor 3. O movimento lateral é análogo ao movimento de *pitch*, para aumentar o ângulo de *roll* devemos aumentar a rotação do rotor 4 e/ou diminuir a rotação do rotor 2. Para diminuir este ângulo basta fazer o movimento contrário. Quando a soma dos torques dos rotores 1 e 3 é maior que a soma dos torques dos rotores 2 e 4, o veículo gira em torno do eixo  $z$  no sentido anti-horário.

Os empuxos e os torques gerados pelos motores dependem das potências aplicadas a cada motor. Com base na notação utilizada, serão utilizados os seguintes sinais para controlar o veículo:

$$\begin{aligned} u_1 &= u_z - u_\psi + u_\theta & u_2 &= u_z + u_\psi + u_\theta \\ u_3 &= u_z - u_\psi - u_\theta & u_4 &= u_z + u_\psi - u_\theta \end{aligned}$$

onde  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$  e  $u_4$  são as potências aplicadas a cada um dos motores,  $u_\theta$  é o sinal de controle utilizado para controlar o ângulo  $\theta$ ,  $u_\phi$  e o sinal de controle utilizado para controlar o ângulo  $\phi$ ,  $u_\psi$  é o sinal de controle utilizado para controlar o ângulo  $\psi$  e  $u_z$  é o sinal utilizado para controlar a altitude do veículo.

O veículo possui uma Unidade de Medida Inercial (IMU) composta por um giroscópio de 3 graus de liberdade modelo ITG3200 e um acelerômetro também de 3 graus de liberdade modelo BMA180. A partir das medidas destes sensores a IMU informa os ângulos de *pitch*  $\theta$  e *roll*  $\phi$  além das velocidades angulares de *pitch*  $\dot{\theta}$ , *roll*  $\dot{\phi}$  e *yaw*  $\dot{\psi}$ . O ângulo de *yaw* não é fornecido pois a unidade não utiliza informação de ângulo relativo ao solo, que poderia ser obtido com a utilização de uma bússola eletrônica.

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma técnica para controle de ângulo de *pitch* e *roll* que não utiliza a descrição de um modelo matemático do veículo no projeto dos controladores. Devido a simetria do veículo utilizado, vamos descrever neste trabalho apenas o controle do ângulo *pitch*, mas o controle do ângulo *roll* é análogo. O sistema de controle do ângulo  $\theta$  em malha-fechada pode ser visto na Figura 2. O controlador utiliza as medidas de ângulo  $\theta(t)$ , velocidade angular  $\dot{\theta}(t)$  e de referência  $r_\theta(t)$  para calcular o sinal de controle  $u_\theta(t)$  que será enviado ao quadricóptero. Observe a dependência temporal de todas as variáveis, o que indica que as medidas, sinal de referência e controle estão continuamente mudando em relação ao tempo.

Neste trabalho optou-se por utilizar um sistema de controle por realimentação de saída em cascata, como mostrado na Figura 3. O controlador 1 é responsável por controlar a velocidade angular do veículo, enquanto que o controlador 2 é responsável por controlar o ângulo. Os dois controladores são dinâmicos e alimentados pelo erro, conforme as equações:

$$u_\theta(t) = C_1(q) \left( r_{\dot{\theta}}(t) - \dot{\theta}(t) \right) \quad r_{\dot{\theta}}(t) = C_2(q) (r_\theta(t) - \theta(t)) \quad (1)$$

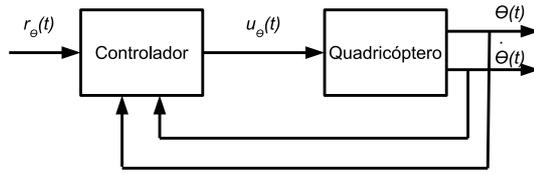


Figura 2: Sistema em malha-fechada com quadrícóptero e controlador

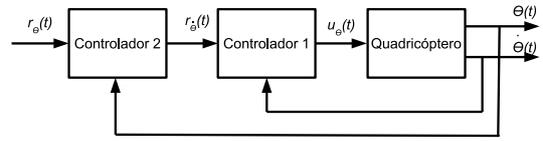


Figura 3: Controle em cascata

Neste trabalho vamos nos restringir a controladores do tipo PID descritos por

$$C(z, \rho) = \rho^T \bar{C}(q) = [K_p \ K_i \ K_d] \left[ 1 \quad \frac{q}{q-1} \quad \frac{q-1}{q} \right]^T \quad (2)$$

onde  $q$  é o operador de avanço no tempo e  $\rho = [K_p \ K_i \ K_d]^T$ . Desta forma,  $\rho$  é o vetor contendo os ganhos do controlador PID que queremos ajustar. Na próxima seção será descrita uma técnica para projetar os controladores PID  $C_1(q)$  e  $C_2(q)$  que não utiliza o modelo matemático do veículo.

### 3 Controle baseado em dados

Métodos de controle baseados em dados são técnicas de projeto de controladores que não utilizam modelos do processo a ser controlado. Assim, usando dados de entrada (genericamente  $u(t)$ ) e saída (genericamente  $y(t)$ ) coletados do processo, os métodos estimam os ganhos do controlador de forma que a resposta em malha-fechada se comporte a mais próxima possível de uma resposta desejada, dada por um modelo de referência  $M(q)$ .

$$y_d(t) = M(q)r(t)$$

onde  $y_d(t)$  é a resposta desejada em malha-fechada e  $M(q)$  é um modelo de referência. Em muitas aplicações o modelo de referência é de primeira ordem com ganho em regime permanente unitário ( $M(q) = \frac{1-p}{q-p}$ ) o que garante seguimento de referência constantes com erro nulo e permite a escolha do tempo de acomodação pelo parâmetro  $p$ .

Neste trabalho vamos utilizar o método VRFT para ajustar os controladores do veículo. Uma batelada de dados de entrada ( $u(t)$ ) e saída (ângulo e velocidade) do veículo é coletada a partir de um voo utilizando um controlador do tipo PID com ganhos que permitam realizar um voo, normalmente obtidos de maneira empírica. Assume-se então que estes dados foram obtidos de um experimento com o controlador ótimo  $C_d(q)$  na malha de controle. Isto é, determina-se, a partir destes dados, qual teria sido o sinal de referência aplicado ao sistema (a “referência virtual” que dá o nome ao método), que produziria os sinais de entrada e saída coletados, caso o sistema estivesse funcionando exatamente como o modelo de referência. Esta referência virtual é calculada como

$$\bar{r}(t) = M(q)^{-1}y(t)$$

e permite o cálculo de erro virtual  $\bar{e}(t) = \bar{r}(t) - y(t)$ . Assim, o projeto do controlador se dá a partir da procura do controlador que melhor relaciona o erro virtual  $\bar{e}(t)$  com o sinal de controle  $u(t)$  pela minimização do critério

$$\min_{\rho} J_{VR}^N(\rho) \quad \text{onde} \quad J_{VR}^N(\rho) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (L(q)(u(t) - C(q, \rho)\bar{e}(t)))^2, \quad (3)$$

onde  $L(q)$  é um filtro utilizado para minimizar os efeitos dos ruídos. Normalmente este filtro é do tipo passa-baixas com banda passante similar ao modelo de referência.

Considerando a escolha do controlador (2), que é linear nos parâmetros, este problema torna-se um problema de mínimos quadrados, uma vez que  $J_{VR}^N(\rho)$  é uma função quadrática. Assim, a estimativa dos parâmetros do controlador  $\hat{\rho}_N$  é calculada através da solução da equação normal:

$$\hat{\rho}_N = \left[ \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi(t)^T \right]^{-1} \left[ \sum_{t=1}^N \varphi(t)u_L(t) \right], \quad (4)$$

onde  $\varphi(t) = \bar{C}(q)L(q)(M^{-1}(q) - 1)y(t)$  e  $u_L(t) = L(q)u(t)$ . A aplicação deste método em um quadricóptero é apresentada na próxima seção.

## 4 Resultados Experimentais

Para projetar os controladores é necessário obter inicialmente dados de voo coletados do veículo. Inicialmente o quadricóptero estava operando com controladores proporcionais nas duas malhas:  $C_1(q) = 1.5$ ,  $C_2(q) = 1.5$  e os dados coletados de voo podem ser vistos nas Figuras 4 e 5. Pode-se observar em preto o sinal de referência, em vermelho a saída desejada calculada pelos modelos de referência e em azul os dados dos sensores, que foram coletados periodicamente com período de amostragem de 10ms. O modelo de referência

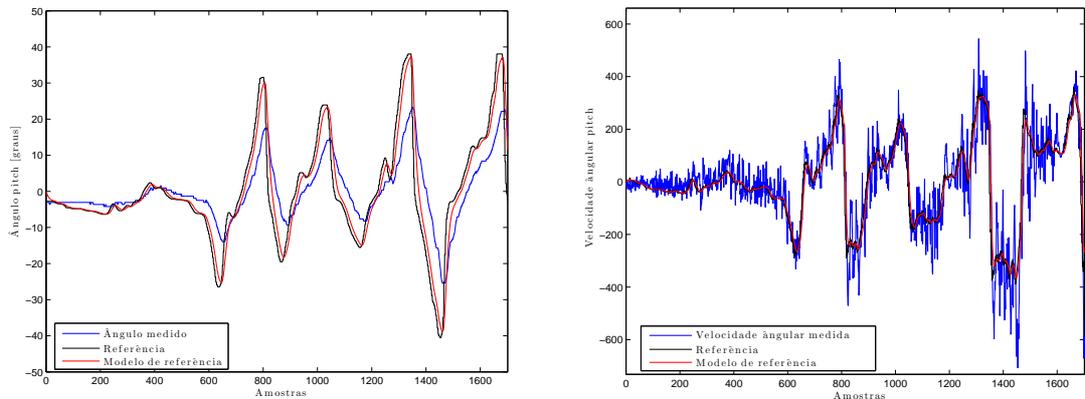


Figura 4: Dados experimentais obtidos em voo para controle de ângulo com o controlador inicial não ajustado e a resposta do modelo de referência considerado. Figura 5: Dados experimentais obtidos em voo para controle de velocidade angular com o controlador inicial não ajustado e a resposta do modelo de referência considerado.

da malha interna é  $M_1(q) = \frac{0.2}{q-0.8}$  e da malha externa é  $M_2(q) = \frac{0.1}{q-0.9}$ . Observe que a resposta da velocidade angular é satisfatória enquanto que a resposta angular é bastante diferente da resposta desejada. O erro médio quadrático entre a saída desejada e o sinal de ângulo do sensor é 6.7746 grau/amostra.

Este conjunto de dados foi utilizado para ajustar o controlador interno  $C_1(q, \rho)$  utilizando a técnica de projeto VRFT. Os dados foram transferidos para um computador e os

parâmetros do controlador foram calculados utilizando a equação (4) em software Matlab. Como o desempenho do controlador proporcional estava satisfatório foi escolhido utilizar um controlador com estrutura mais complexa. Foi então escolhido um controlador do tipo PD para esta malha. Neste caso o controlador foi projetado utilizando a equação (4) onde  $\bar{C}(q) = \left[ 1 \quad \frac{q-1}{q} \right]^T$ , o sinal de saída é  $y(t) = \dot{\theta}(t)$ , o sinal de entrada é  $u(t) = u_{\theta}(t)$  e o filtro para reduzir o ruído é  $L(q) = M_1(q)M_1(q)$ . O controlador interno obtido através do método foi  $C_1(q) = \frac{2.146q-1.782}{q}$ .

A resposta do sistema com o novo controlador pode ser vista nas Figuras 6 e 7. Observe que apesar do controlador 1 agora ser um PD, a resposta obtida é similar àquela do controlador inicial. Contudo, o valor do erro médio quadrático entre a saída desejada e o sinal de ângulo do sensor foi reduzida para 6.6201 grau/amostra. Os dados deste

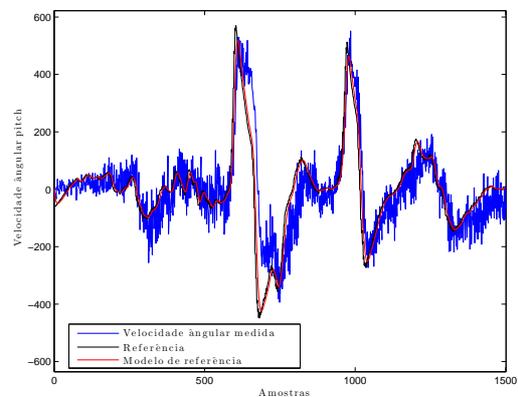
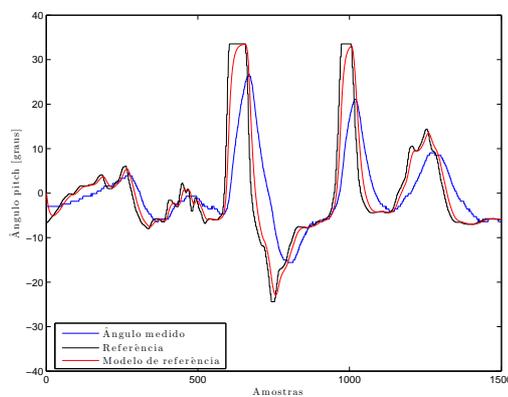


Figura 6: Dados de ângulo com controlador  $C_2(q) = 1.5$       Figura 7: Dados de velocidade angular com controlador  $C_1(q) = \frac{2.146q-1.782}{q}$

experimentos foram então utilizados para projetar o controlador externo  $C_2(q)$ . Optou-se por resintonizar o controlador proporcional. Neste caso o controlador foi projetado utilizando a equação (4) onde  $\bar{C}(q) = 1$ , o sinal de saída é  $y(t) = \theta(t)$ , o sinal de entrada é  $u(t) = r_{\dot{\theta}}(t)$  e o filtro para reduzir o ruído é  $L(z) = M_2(q)M_2(q)$ . O controlador externo obtido através do método foi  $C_2(q) = 6.65517$ .

A resposta do sistema com o novo controlador pode ser vista nas Figuras 8 e 9. Observe que agora a resposta obtida é bastante próxima da resposta desejada, o que mostra que o controlador foi ajustado corretamente. O valor do erro médio quadrático entre a saída desejada e o sinal de ângulo do sensor foi reduzida para 1.0572 grau/amostra, menos de um sexto do valor inicial.

## 5 Conclusões

Neste trabalho foi avaliada a possibilidade de uso de técnicas de controle baseadas em dados no projeto de sistemas de controle de aeronaves não tripuladas. O veículo utilizado foi um quadricóptero onde foram projetados controladores para os ângulos de *pitch* e *roll*. A técnica VRFT foi utilizada no projeto de controladores proporcionais e proporcionais-

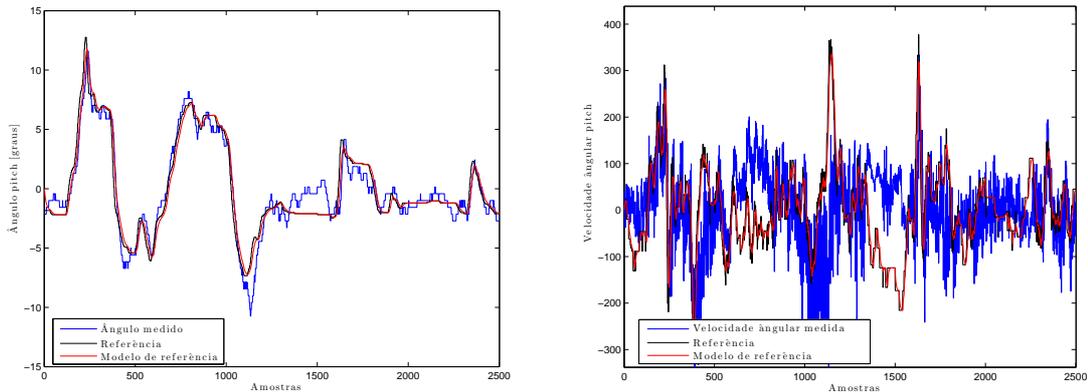


Figura 8: Dados de ângulo com controlador  $C_2(q) = 6.65517$       Figura 9: Dados de velocidade angular com controlador  $C_1(q) = \frac{2.146q-1.782}{q}$

derivativos se mostrando adequada no ajuste dos controladores. Experimentos realizados nos veículos mostraram que a técnica utilizada permitiu melhoria no controle dos ângulos, e se mostrou simples e adequada ao projeto de controle de aeronaves não tripuladas.

## Referências

- [1] A. Bazanella, L. Campestrini, and D Eckhard. *Data-Driven Controller Design: The H2 Approach*. Springer, New York, USA, 2012.
- [2] S. Bouabdallah, P. Murrieri, and R. Siegwart. Design and control of an indoor micro quadrotor. In *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation (ICRA)*, volume 5, pages 4393–4398, 2004.
- [3] L. Campestrini, D. Eckhard, A. S. Bazanella, and M. Gevers. Model reference control design by prediction error identification. In *Proceedings of 16th IFAC Symposium on System Identification*, pages 1478–1483, Bruxelas, 2012.
- [4] M.C. Campi, A. Lecchini, and S.M. Savaresi. Virtual reference feedback tuning: a direct method for the design of feedback controllers. *Automatica*, 38:1337–1346, 2002.
- [5] J. de J. Rubio, Z. Zamudio J. H. P. Cruz, and A. J. Salinas. Comparison of two quadrotor dynamic models. *IEEE Latin America Transactions*, 12(4):531–537, 2014.
- [6] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, , and J. Ostrowski. Dynamic modelling and configuration stabilization for an x4-flyer. In *Proceedings of the 15th IFAC World Congress*, volume 15, pages 217–222, 2002.
- [7] A. Karimi, K van Heusden, and D. Bonvin. Non-iterative data-driven controller tuning using the correlation approach. In *Proc. European Control Conference*, Kos, Greece, 2007.
- [8] R. Mahony, V. Kumar, and P. Corke. Multirotor aerial vehicles. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 19(3):20–32, 2012.