

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Investigação do Acionamento de MIT utilizando Controladores Robustos Projetados por LMIs

Jean Marcos de Souza Ribeiro¹

Departamento de Engenharia Elétrica, Unesp, Ilha Solteira, SP

Tiago Veronese Ortunho²

Instituto Federal de São Paulo, IFSP, Presidente Epitácio, SP

Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira³

Departamento de Engenharia Elétrica, Unesp, Ilha Solteira, SP

José Paulo Fernandes Garcia⁴

Departamento de Engenharia Elétrica, Unesp, Ilha Solteira, SP

Resumo. Este trabalho apresenta um estudo da teoria de controladores robustos usando Inequações Matriciais Lineares (LMIs) em acionamento de Motor de Indução Trifásico (MIT). No controle de velocidade serão considerados três casos: i) sem falhas por incertezas paramétricas, ii) com falha por incerteza na constante de tempo do rotor e iii) com falha por incertezas nas constantes de tempo do rotor e do estator. Após o projeto dos controladores, inseriu-se na LMI a taxa de decaimento, Gama, calculando-se então novos controladores para Gama igual a 1 e 10, comparando-se o comportamento da saída após a aplicação de um degrau no torque de carga.

Palavras-chave. Controladores Robustos, LMI, MIT, Taxa de decaimento.

1 Introdução

Até meados da década de 80, tarefas que exigiam controle de velocidade e posição eram efetuadas exclusivamente por motores de corrente contínua, porém com o avanço da eletrônica de potência, do processamento digital e do controle, foi possível a utilização dos Motores de Indução Trifásicos (MIT) para executar tais tarefas [2,8].

Industrialmente, a execução do controle de velocidade e torque do MIT utiliza controladores clássicos como PI, PD e PID. Porém, objetivando melhores desempenhos, grandes esforços em pesquisas são realizados utilizando as mais variadas técnicas, como por exemplo, Redes Neurais Artificiais [10], Fuzzy [11], Modos Deslizantes [9] e outros. Um dos problemas para os sistemas de controle é a dificuldade na estimação adequada dos parâmetros do MIT, pois estes variam de acordo com a operação causando desvios no sistema de controle [8,10]. Portanto, estuda-se a aplicação de técnicas de

¹ jean@dee.feis.unesp.br

² tiago.veronese@ifsp.edu.br

³ marcelo@dee.feis.unesp.br

⁴ jpaulo@dee.feis.unesp.br

controle robusto que levem em consideração essas incertezas paramétricas.

Conjuntamente ao controle robusto tem-se o controle através LMIs, o qual possibilita o tratamento de sistemas determinísticos e incertos, além de permitir a inclusão de restrições de desempenho [3]. Devido a essas flexibilidades, LMIs tem sido usadas para resolver diversos tipos de controle [1,4,5,7,9]. Neste trabalho, efetua-se o projeto de controladores robustos e controladores robustos com taxa de decaimento, utilizando o *software* Matlab[®], juntamente com os *toolbox* Yalmip e Sedumi.

2 Inequações Matriciais Lineares

Muitos problemas de controle robusto podem ser otimizados pela solução de LMIs, que podem incluir restrições e incertezas. Neste trabalho é proposta a utilização desta ferramenta para a obtenção de um controlador robusto de um MIT que apresenta incertezas.

2.1 Controlador robusto usando LMIs

Considerando um sistema representado em variáveis de estado e lei de controle apresentados em (1), obtém-se uma variável conforme (2). Utilizando $A'P + PA < 0$ se obtém (3). Efetuando uma multiplicação do lado esquerdo e direito por P^{-1} e usando a mudança de variáveis $P^{-1} = W$ com $W > 0$ e considerando que $Z = KW$, tem-se a LMI que restringe o sistema e o controlador (4).

$$\dot{x}(t) = A.x(t) + B_u.u(t) \quad ; \quad u(t) = K.x(t) \quad (1)$$

$$\dot{x}(t) = A.x(t) + B_u.K.x(t) \rightarrow \dot{x}(t) = (A + B_u.K).x(t) \rightarrow \dot{x}(t) = A_N.x(t) \quad (2)$$

$$(A'P + K'B_u'P + PA + PB_uK) < 0; P > 0 \quad (3)$$

$$WA' + AW + Z'B_u' + B_uZ < 0; W > 0; K = Z.W^{-1} \quad (4)$$

2.2 Controlador robusto com taxa de decaimento usando LMIs

O projeto do controlador segue o Teorema 2.2.1 apresentado em [3].

Teorema 2.2.1. *Uma condição suficiente para que se garanta a estabilidade do sistema incerto sujeito a taxa de decaimento maior ou igual a σ é a existência de matrizes $X = X' \in R^{n \times n}$ e $G \in R^{m \times n}$, tais que:*

$$A_j.X - B_j.G + X.A_j' - G'.B_j' + 2.\sigma.X < 0; X > 0; K = G.X^{-1} \quad (5)$$

com $j = 1, \dots, r$. Sendo as LMIs (5) factíveis, uma matriz de realimentação de estados que estabiliza o sistema pode ser dada por K .

Portanto, pode-se realimentar os estados do sistema incerto, com restrição da taxa de decaimento, sendo (5) condições suficientes para a estabilidade assintótica do politopo. Se, para o sistema incerto, a solução das LMIs for factível, a estabilidade estará garantida [4].

3 Modelo de estado do motor de indução

A partir das equações dinâmicas do motor de indução com rotor em gaiola de esquilo e considerando o sistema na referência síncrona girante (w_S) obtém-se (6) a (16).

$$\frac{d}{dt} i_{ds}^e = - \left[\frac{R_s}{\sigma.L_s} + \frac{R_r(1-\sigma)}{\sigma.L_R} \right] . i_{ds}^e + w_S . i_{qs}^e + \frac{L_m . R_r}{\sigma.L_s . L_R^2} . \Phi_{dR}^e + \frac{w_R . L_m}{\sigma.L_s . L_R} . \Phi_{qR}^e + \frac{1}{\sigma.L_s} . V_{ds}^e \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} i_{qs}^e = - \left[\frac{R_s}{\sigma \cdot L_s} + \frac{R_r(1-\sigma)}{\sigma \cdot L_r} \right] \cdot i_{qs}^e - w_s \cdot i_{ds}^e + \frac{L_m \cdot R_r}{\sigma \cdot L_s \cdot L_r^2} \cdot \Phi_{qr}^e - \frac{w_r \cdot L_m}{\sigma \cdot L_s \cdot L_r} \cdot \Phi_{dr}^e + \frac{1}{\sigma \cdot L_s} \cdot V_{qs}^e \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} \Phi_{dr}^e = \frac{L_m \cdot R_r}{L_r} \cdot i_{ds}^e - \frac{R_r}{L_r} \cdot \Phi_{dr}^e + (w_s - w_r) \cdot \Phi_{qr}^e \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} \Phi_{qr}^e = \frac{L_m \cdot R_r}{L_r} \cdot i_{qs}^e - \frac{R_r}{L_r} \cdot \Phi_{qr}^e - (w_s - w_r) \cdot \Phi_{dr}^e \quad (9)$$

$$T_e = \frac{3 \cdot p}{2} \cdot \frac{L_m}{L_r} \cdot (i_{qs}^e \cdot \Phi_{dr}^e - i_{ds}^e \cdot \Phi_{qr}^e) \quad (10)$$

$$T_e - T_L = J \cdot \frac{d}{dt} w_r + B \cdot w_r \quad (11)$$

sendo i_{ds}^e e i_{qs}^e componentes de eixo direto e em quadratura da corrente do estator; R_s, R_r , as resistências do estator e rotor; L_s, L_r e L_m , as indutâncias do estator, rotor e mútua; Φ_{dr}^e e Φ_{qr}^e as componentes de eixo direto e quadratura do fluxo do rotor; T_e e T_L os torques eletromagnético e de carga; w_r a velocidade do rotor; p, J, B e σ , o nº de pares de polos, momento de inércia, coeficiente de atrito viscoso e coeficiente de dispersão do motor.

A velocidade de escorregamento é dada por (12) e o fluxo de componente direto do rotor, representado por (13). O torque eletromagnético é apresentado em (14) e a velocidade angular mecânica em (15). Após, define-se a corrente no eixo de quadratura dada em (16).

$$w_{esc} = w_s - w_r = \frac{L_m \cdot R_r}{L_r \cdot \Phi_{dr}^e} \cdot i_{qs}^e \quad (12)$$

$$\frac{d}{dt} \Phi_{dr}^e + \frac{R_r}{L_r} \cdot \Phi_{dr}^e = \frac{L_m \cdot R_r}{L_r} \cdot i_{ds}^e \quad (13)$$

$$T_e = \frac{3 \cdot p}{2} \cdot \frac{L_m^2}{L_r} \cdot i_{ds}^e \cdot i_{qs}^e = \frac{3 \cdot p}{2} \cdot \frac{L_m}{L_r} \cdot \Phi_{dr}^e \cdot i_{qs}^e = K_t \cdot i_{qs}^e \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt} w_r = \frac{K_t}{J} \cdot i_{qs}^e - \frac{B}{J} \cdot w_r - \frac{1}{J} \cdot T_L \quad (15)$$

$$\frac{d}{dt} i_{qs}^e = - \frac{R_s}{\sigma \cdot L_s} \cdot i_{qs}^e - w_s \cdot i_{ds}^e - w_s \cdot \frac{L_m \cdot \Phi_{dr}^e}{\sigma \cdot L_s \cdot L_r} + \frac{1}{\sigma \cdot L_s} \cdot V_{qs}^e \quad (16)$$

Das expressões (6) a (16) é possível escrever o modelo conforme (17) a (19), sendo α as incertezas da planta. O torque de carga será considerado um distúrbio do sistema.

$$\dot{x}(t) = A(\alpha) x(t) + B_u(\alpha) u(t) + B_w(\alpha) T_L(t); y(t) = C(\alpha) x(t); A(\alpha) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$a_{11} = - \left[\frac{R_s}{\sigma \cdot L_s} + \frac{R_r(1-\sigma)}{\sigma \cdot L_r} \right]; a_{12} = w_s; a_{13} = \frac{L_m \cdot R_r}{\sigma \cdot L_s \cdot L_r^2}; a_{21} = -w_s; a_{22} = -\frac{R_r}{L_r}; a_{23} = -\frac{w_s \cdot L_m}{\sigma \cdot L_s \cdot L_r}; \quad (18)$$

$$a_{31} = \frac{L_m \cdot R_r}{L_r}; a_{33} = -\frac{R_r}{L_r}; a_{42} = \frac{K_t}{J}; a_{44} = -\frac{B}{J}; a_{14} = a_{24} = a_{32} = a_{34} = a_{41} = a_{43} = 0$$

$$B_u(\alpha) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma \cdot L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma \cdot L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; B_w(\alpha) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix}; C(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; X(t) = \begin{bmatrix} i_{ds}^e \\ i_{qs}^e \\ \Phi_{dr}^e \\ w_r \end{bmatrix}; u(t) = \begin{bmatrix} V_{ds}^e \\ V_{qs}^e \end{bmatrix} \quad (19)$$

4 Resultados

Considerou-se para análise a variação da velocidade de 10 rad/s até a nominal e 3 casos: i) sem incerteza, ii) com incerteza na constante de tempo do rotor (5%) e iii) com incerteza nas constantes de tempo do rotor (15%) e do estator (10%). Assim, tem-se 2, 4 e 8 vértices do politopo e, por convexidade, tem-se que se uma dada condição estiver satisfeita em todos

os vértices, então ela também estará satisfeita para qualquer ponto pertencente ao polítopo.

Os dados do MIT estudado são apresentados na Tabela 1 [6]. O MIT possui potência de 0,25 HP, 4 polos, 1725 RPM, 380/220V, 60Hz.

Tabela 1: Dados do MIT.

Dados do motor	Valores	Dados do motor	Valores
Resistência do Estator (R_s)	29,5012 Ω	Indutância do Estator (L_s)	0,0534 H
Resistência do Rotor (R_r)	17,8384 Ω	Indutância do Rotor (L_r)	0,0637 H
Momento de Inércia (J)	0,0005 Kg.m ²	Indutância Mútua (L_m)	1,0417 H
Coefficiente de Atrito Viscoso (B)	0,003 m/rad.s	Fluxo Nominal do Rotor	0,93 Wb

A Tabela 2 apresenta as matrizes dos controladores robustos para os três casos e a Tabela 3 possui os controladores robustos com taxa de decaimento (Gama) 1 e 10 projetados.

Tabela 2: Valores dos Controladores Robustos Dimensionados Usando LMI.

Caso	Controladores
1	$\begin{bmatrix} 142,086 & -0,443 & -555,871 & 0,446 \\ 65,372 & 34,401 & 4667,826 & 27,505 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} 2994,868 & 38,743 & 107599,009 & -23,435 \\ -2456,848 & -0,993 & -87449,982 & 142,585 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 2988,754 & 137,684 & 118646,984 & -2,160 \\ 141,041 & 43,205 & 6622,662 & 3,366 \end{bmatrix}$

Tabela 3: Valores dos Controladores Robustos com Taxa de Decaimento (Gama) Usando LMI.

Caso	Gama = 1				Gama = 10			
	1	147,593	-0,203	-1357,744	1,269	168,662	7048,851	121640,511
	33,094	42,079	4533,594	17,618	7,625	1063,878	9962,494	2,003
2	651,183	26,965	19452,234	-16,465	751,143	-120,631	13865,602	-25,587
	-854,580	-1,858	-25625,958	150,315	51,213	1066,315	11289,806	89,850
3	1377,573	450,618	38758,092	-0,951	583,290	4,690	64433,559	-0,199
	136,790	1507,036	7248,402	2,652	67,453	34,552	9126,829	27,191

Considerando o torque de carga como um degrau de valor nominal, no instante ($t = 0s$), foram plotados no Matlab a resposta da saída para os casos em análise, tendo como objetivo visualizar e investigar a ação dos controladores propostos. É importante esclarecer que os resultados apenas mostram a tentativa de rejeição do distúrbio (aplicação de carga) nos sinais de saída (correntes i_d e i_q), sendo eles o objetivo de controle, que possuem referência igual a zero; isso não faz sentido para o controle do MIT, contudo é importante para a investigação da robustez do controlador. Em outro momento serão estimados o fluxo e velocidade do rotor, e estes estarão sujeitos à aplicação das técnicas de controle propostas.

Por falta de espaço para apresentar todos resultados, as Figuras 1-9 descrevem apenas os resultados para um vértice, para cada caso e taxas de decaimento, escolhido o vértice que resultou em maior amplitude de sinal de saída (correntes i_d e i_q).

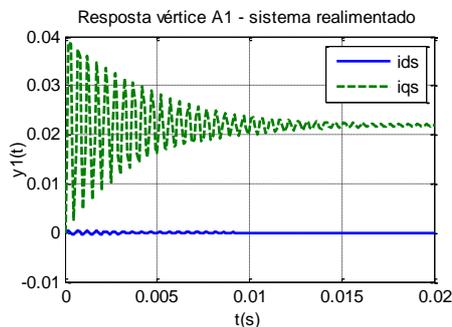


Figura 1: 1º Caso - Resposta no tempo do controlador robusto.

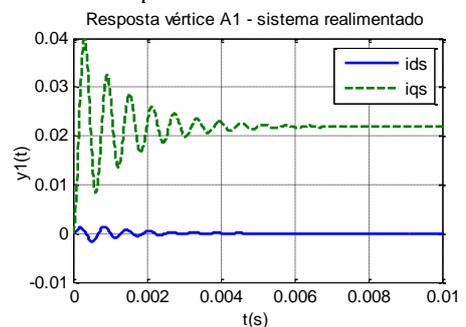


Figura 2: 1º Caso - Resposta no tempo do controlador robusto com Gama=1.

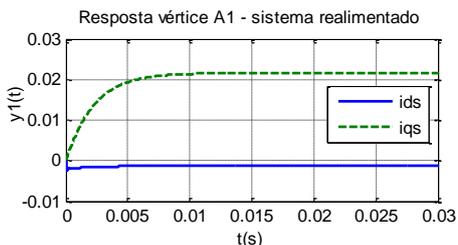


Figura 3: 1º Caso - Resposta no tempo do controlador robusto com Gama=10.

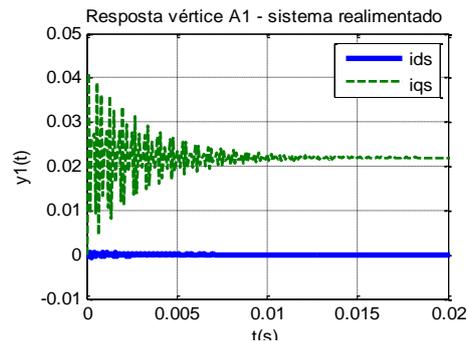


Figura 4: 2º Caso - Resposta no tempo do controlador robusto.

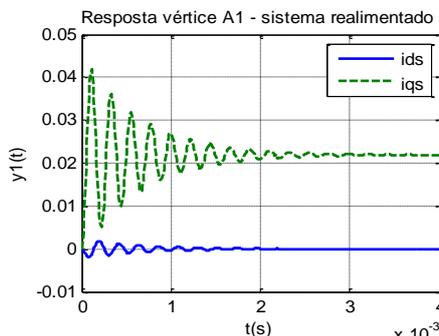


Figura 5: 2º Caso - Resposta no tempo do controlador robusto com Gama=1.

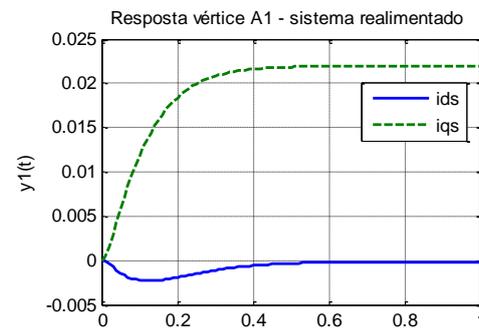


Figura 6: 2º Caso - Resposta no tempo do controlador robusto com Gama=10.

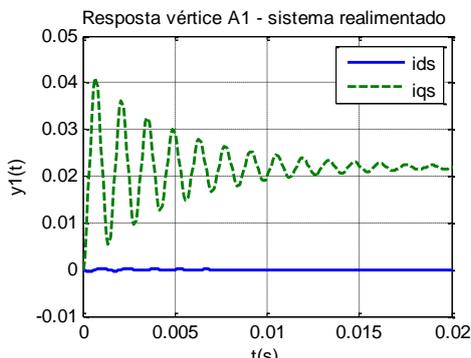


Figura 7: 3º Caso - Resposta no tempo do controlador robusto.

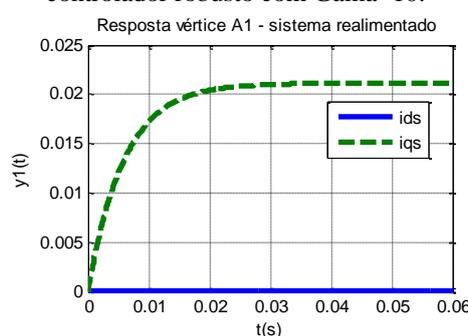


Figura 8: 3º Caso - Resposta no tempo do controlador robusto com Gama=1.

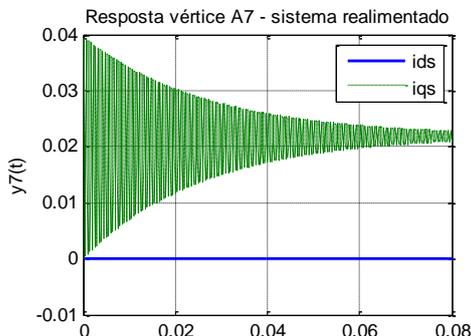


Figura 9: 3º Caso - Resposta no tempo do controlador robusto com Gama=10.

Para o primeiro caso, e com controlador robusto (Figura 1), verificou-se que o sistema apresenta oscilações na saída, entrando em regime em 20ms, já nos controladores com taxa de decaimento, ocorreu uma alta redução na oscilação para $Gama=1$ (Figura 2) e, para $Gama=10$ (Figura 3), não houve oscilação e o sistema entrou em regime com 10ms em ambos casos.

No segundo caso o controlador robusto (Figura 4) apresentou oscilação de saída estabilizando em 20ms, como no primeiro caso. Com taxa de decaimento igual a 1 (Figura 5) também houve redução de oscilação entrando em regime em 3ms e com $Gama=10$ (Figura 6) não ocorreu oscilação e o sistema estabilizou em 0,5ms.

No terceiro caso, o controlador robusto (Figura 7) apresentou oscilação com tempo de estabelecimento igual a 20ms. Com taxa de decaimento igual a 1 (Figura 8) não ocorreu oscilação, pois os autovalores foram reais, estabilizando em 30ms. Finalmente, com taxa de decaimento igual a 10 (Figura 9) ocorreu oscilação estabilizando em 30ms. Aqui é importante observar que foi apresentado o vértice A7, pois diferente de todos outros casos, este foi o que apresentou maior amplitude do sinal de saída.

Verifica-se que mesmo na presença de incertezas, os controladores atenderam ao desempenho planejado estabilizando rapidamente o sistema, após aplicação de carga. Fica evidente a robustez do controlador para casos extremos, portanto, constata-se que a técnica é poderosa e pode fornecer bastante confiabilidade quando aplicada ao acionamento de MIT.

5 Conclusão

Apresentaram-se neste trabalho as técnicas de projeto de controladores robustos e controladores robustos com taxa de decaimento aplicado em um MIT. A eficiência destes métodos é conhecida na literatura, porém, neste trabalho verifica-se a aplicação desta técnica no controle de velocidade, com falhas por incertezas paramétricas e distúrbios de carga.

O projeto dos controladores considerou três diferentes casos envolvendo incertezas paramétricas e os resultados atestam a robustez do controlador para a rejeição de distúrbio (aplicação de carga) diante dessas falhas por incertezas. Independente da taxa de decaimento utilizada, a rápida estabilização constatada na análise da resposta do tempo, para um distúrbio degrau de carga nominal, gerou grande otimismo da utilização da ferramenta LMI para o projeto de controladores em *drives* de acionamento de MIT.

Os resultados demonstraram baixa amplitude do sinal de saída, que estava sendo controlado para se manter próximo de zero, e possibilidade de melhorar o sinal oscilatório das correntes de saída. Na prática, é importante que os sinais de saída (correntes i_d e i_q), não sejam oscilatórios, pois exigiriam muito dos conversores, logo para os casos 1 e 2 a taxa de decaimento $Gama=10$, seria a escolha natural, enquanto que no caso 3, $Gama=1$ é mais adequada. No caso 3, esperava-se que, com taxa de decaimento $Gama=10$, o resultado seria melhor, contudo, neste caso os autovalores do sistema não foram puramente reais e isso gerou a resposta oscilatória da saída do sistema.

Diante disso, os autores esperam que a aplicação da técnica em face a realimentação dos sinais estimados de fluxo e velocidade rotórica (objeto real de controle de um MIT), também apresentarão resultados que contribuirão para o estudo de controladores de alto desempenho para MITs, destacando então a grande importância da utilização da ferramenta de projeto LMIs, aplicada na solução de problemas relacionados ao acionamento de máquinas elétricas.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao DEE da FE-IS/UNESP, o IFSP/PEP e a FAPESP (Projeto Temático 2011/17610-0) pelo apoio e incentivo à pesquisa.

Referências

- [1] E. Assunção, M. C. M. Teixeira, C. Q. Andrea e J. O. P. Pinto, Metodologia para rastreamento com modificação dos zeros e rejeição de distúrbio aplicada a sistemas incertos, *CONTROLE & AUTOMAÇÃO*, vol. 19, 43-52, (2008).
- [2] B. K. Bose, *Modern power electronics and ac drives*, Upper Saddle River, Prentice-Hall, vol. 1, (2001).
- [3] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in systems and control theory*, SIAM studies in applied mathematics, (1994).
- [4] L. F. S. Buzachero, *Controle robusto chaveado de sistemas lineares variantes no tempo com aplicação em falhas estruturais*, Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, Unesp, (2014).
- [5] F.A.Faria, E. Assunção e M. C. M. Teixeira, Realimentação da Derivada dos Estados em Sistemas Multivariáveis Lineares Usando LMIs, *CONTROLE & AUTOMAÇÃO*, vol. 20, 83-93, (2009).
- [6] A. F. A. Furtunato, A. O. Salazar e O. S. Araújo, Controlador de velocidade usando modos deslizantes suaves para um motor de indução trifásico, *CONTROLE & AUTOMAÇÃO*, vol. 12, 148-155, (2001).
- [7] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub and M. Chilali, The LMI control toolbox, *Proceedings of Conference on Decision and Control Lake Buena Vista*, (1994), DOI: 10.1109/CDC.1994.411440.
- [8] W. Leonhard, *Control of electrical drives*, Springer, Berlim, vol. 1, (2001).
- [9] R. Patel, H. A. Shah, S.K. Shah and A. T. Patel, Controller Design via Sliding Mode Control Approach of Induction Motor: A Survey, *Proceeding of International Conference on Advanced Computing & Communication Technologies*, (2014), DOI: 10.1109/ACCT.2014.84.
- [10] Y. Song, J. Ma, H. Zhang and N. He, Digital implementation of neural network inverse control for induction motor based on DSP, *Proceeding of International Conference on Future Computer and Communication*, vol. 1, (2010), DOI: 10.1109/ICFCC.2010.5497810.
- [11] B. Subudhi, A. K. A. Kumar and D. Jena, dSPACE implementation of fuzzy logic based vector control of induction motor, *Proceeding of Conference Tencon*, (2008), DOI: 10.1109/TENCON.2008.4766502.