

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelagem, Simulação e Controle do Sistema de Abastecimento de Água do Campus da Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Eduardo Nogueira Cunha¹

Instituto Metr pole Digital, UFRN, Natal, RN.

Carlos Eduardo Trabuco D rea²

Departamento de Engenharia de Computa o e Automa o, UFRN, Natal, RN.

Resumo. O artigo apresenta a modelagem matemática, simula o e controle do sistema de abastecimento de  gua (SAA) do campus da Universidade Federal do Rio grande do Norte (UFRN). Na simula o   apresentado a resposta do sistema modelado em malha aberta e em malha fechada usando o controlador servossistema do tipo 1 aplicado a uma planta multivariável.

Palavras-chave. Modelagem Matemática, Controle de Processos, Sistema de Abastecimento de  gua.

1. Introdu o

Hoje o Brasil   o 20^o país em perda de água tratada no mundo [3], o país perde 39% de toda a água disponibilizada para distribuir para a sociedade. No Rio Grande do Norte, segundo [3], esse número   ainda maior, perdemos cerca de 47% da água disponibilizada para consumo humano. Grande parte dessa perda se dá pela falta de controle, levando a uma má distribui o, transbordamento de reservatórios, vazamentos devido elevada pressão nas tubula es. Os SAA são críticos e não existe possibilidade de teste e paradas para simula es na planta real. O objetivo desse trabalho   obter um modelo matemático para o sistema que possa descrever bem sua dinâmica, para que através de simula es possamos obter e testar uma estratégia de controle para ser aplicada no controlador para um sistema multivariável.

2. Modelagem do Sistema de Abastecimento de água da UFRN

O campus da UFRN   composto por cinco zonas de abastecimento, em cada zona temos sistemas independentes de abastecimento por área, mas interligados por uma rede

¹ eduardo@imd.ufrn.br

² cetdorea@dca.ufrn.br

2

auxiliar entre todos os sete reservatórios.

A água é captada na própria zona de abastecimento, através de poços tubulares com vazão de $20 \text{ m}^3/\text{h}$, exceto a zona dois onde há dois poços com vazão de $10 \text{ m}^3/\text{h}$. A reserva de água é feita nos reservatórios existentes em cada zona, com exceção a zona três que possui três reservatórios. A capacidade de armazenamento dos reservatórios é de 200 m^3 , com um nível dinâmico de 6 m . Toda distribuição de água no campus é feita através de tubulações de PVC com diâmetros variando de acordo com a área que se quer abastecer. Nas saídas dos reservatórios onde estão instaladas as válvulas de controle, o diâmetro da tubulação é de 100 mm , o que corresponde também ao diâmetro das válvulas que controlam tanto a interligação da malha de abastecimento, como a ligação com a malha que conecta todos os reservatórios como mostrado na figura 1.

2.1. Componentes do sistema

Nesse trabalho vamos dar ênfase aos elementos que compõem a dinâmica do sistema que desejamos estudar.

2.1.1 Bombas

As bombas são elementos responsáveis por transformar a energia desenvolvida no motor elétrico em energia potencial em seu eixo. A velocidade n (RPM) no eixo da bomba varia não linearmente com a velocidade N (RPM) no eixo do motor e com vazão $Q_p(t)$ (m^3/s). A altura manométrica desenvolvida pela bomba h_B pode ser escrita em função de N, Q_p como é visto em [2] da seguinte forma:

$$h_B(N, Q_p) = A_0 N^2 + \frac{B_0}{n} N Q_p - \frac{C_0}{n^2} Q_p^2 \quad (1)$$

Onde, A_0, B_0 e C_0 são constantes da bomba, e dependem das suas características de fabricação.

2.1.2 Reservatórios

Os reservatórios são largamente utilizados em sistemas de abastecimento de água, tanto para reservar a água quando para manter o equilíbrio de pressão no sistema. Utilizando o princípio da equação da continuidade temos que a variação do volume V é dada por:

$$\rho \frac{dV(t)}{dt} = \rho_i Q_i(t) - \rho_o Q_o(t) \quad (2)$$

Onde, ρ, ρ_i e ρ_o são a densidade específica da água no reservatório. Como toda água que entra no reservatório tende a sair podemos dizer que $\rho = \rho_i = \rho_o$.

Como base em relações geométricas temos que o volume do reservatório $V(\text{m}^3)$ pode ser dado também em função da área da sua base $A_b(\text{m})$ e da altura (nível $h_t(\text{m})$), assim:

$$V(t) = A_b h_t(t) \quad (3)$$

Substituindo (3) em (2) temos,

$$\frac{dh_t(t)}{dt} = \frac{Q_i(t) - Q_o(t)}{A_b} \tag{4}$$

2.1.3 Velocidade de escoamento

O teorema de Bernoulli descreve a relação da velocidade v (m/s) de um fluido em uma tubulação saindo de um reservatório e o nível do reservatório $h(m)$, como:

$$v(t) = \sqrt{2gh(t)} \tag{5}$$

Onde, g é a aceleração da gravidade.

2.1.4 Válvula

As válvulas são elementos que possuem a função de controlar a vazão dos fluidos, bem como assegurar a estanqueidade e segurança dos sistemas. As válvulas são modeladas de acordo com suas características de acionamento, em que, dependendo do tamanho e tipo teremos sua velocidade de abertura e de fechamento.

Segundo [1] podemos descrever matematicamente o modelo da válvula por:

$$\frac{dh(t)}{dt} = -k\sqrt{h(t) + h_0} \tag{6}$$

Onde h é o nível do reservatório e k é a constante da válvula. A constante da válvula k é determinada pela seguinte equação, como vemos em [1]:

$$k_n = p_n \frac{S_{v\ max} \sqrt{2g}}{S_T} \quad \forall n = 1, 2, 3 \dots 7 \tag{7}$$

Onde p_i é a posição da válvula e varia de $0 \leq p \leq 1$, $S_{v\ max}$ é a área de abertura da válvula que em muitos casos devido a construção da válvula pode ser considerada a área da tubulação na qual a válvula está conectada, g é a aceleração da gravidade, S_T é a área do reservatório e n representa o número de válvulas do sistema.

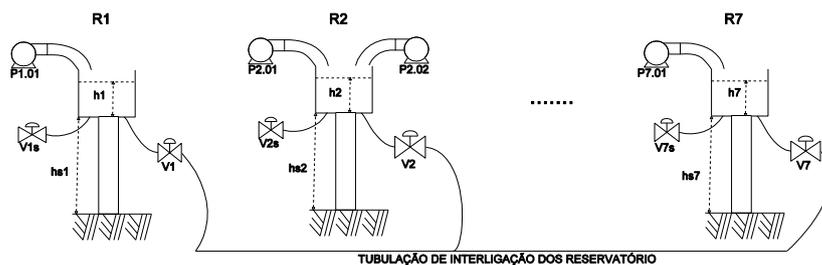


Figura 1: Esquema de ligação dos reservatórios.

3. Modelo do Sistema

Sabendo que os reservatórios são interligados e apresentam o mesmo desnível geométrico (linha piezométrica), podemos então obter suas equações com base no balanço

4

de cargas de cada reservatório. Analisando suas vazões de entrada e saída, como vemos na figura 1 e usando as equações (4) e (6) podemos obter a seguinte equação diferencial para os níveis de cada reservatório:

$$\frac{dh_n(t)}{dt} = \frac{Q_{pn}(t)}{A_b} - K_n \sqrt{\left| 2 \cdot h_n - \sum_1^7 h_n \right|} \cdot \text{sign} \left(2 \cdot h_n - \sum_1^7 h_n \right) - K_{ns} \sqrt{h_n}$$

$$\forall n = \{1,2,3,4,5,6 \text{ e } 7\} \quad (8)$$

O modelo do sistema foi implementado computacionalmente no Matlab/Simulink [4].

4. Controlador

Para o controle do sistema é proposto o uso de um servossistema tipo 1, como visto em [5], modificado para aplicação em um sistema multivariável.

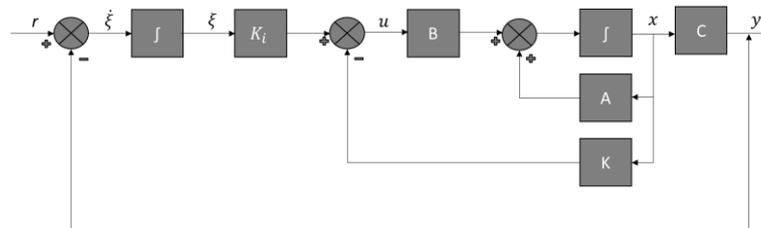


Figura 2: Diagrama de blocos do controlador.

Baseado no diagrama de figura 2, podemos descrever o controlador pelas seguintes equações:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (9)$$

$$y = Cx \quad (10)$$

$$u = -Kx + K_i \xi \quad (11)$$

$$\dot{\xi} = r - y = r - Cx \quad (12)$$

Onde, A, B e C são os parâmetros do sistema, x os estados do sistema, y a saída do sistema, r a referência de entrada e u o sinal de controle aplicado ao sistema.

Combinando as equações (9) e (12) podemos descrever a dinâmica do sistema por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \quad (13)$$

Se considerarmos o sistema assintoticamente estável, uma vez que $x(\infty)$, $\xi(\infty)$ e $u(\infty)$ tende a um valor constante, podemos definir as seguintes equações:

$$x(t) - x(\infty) = x_e(t) \quad (14)$$

$$\xi(t) - \xi(\infty) = \xi_e(t) \quad (15)$$

$$u(t) - u(\infty) = u_e(t) \quad (16)$$

Definindo um novo vetor para o erro $e(t)$,

$$e(t) = \begin{bmatrix} x_e(t) \\ \xi_e(t) \end{bmatrix} \quad (17)$$

Podemos reescrever as equações em função do erro, segundo [5], como:

$$\dot{e}(t) = \hat{A}e(t) + \hat{B}u_e(t) \quad (18)$$

$$u_e(t) = -\hat{K}e(t) \quad (19)$$

Onde, $\hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}$, $\hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$ e $\hat{K} = [K \quad \dots \quad K_i]$.

Substituindo (19) em (18),

$$\dot{e}(t) = (\hat{A} - \hat{B}\hat{K}) e(t) \quad (20)$$

Para controlar o sistema não-linear usando um controlador linear, adotamos a estratégia de linearizar o modelo da planta em um ponto de operação, e obter os parâmetros \hat{K} usando dinâmica desejada por meio da alocação de polos assim podemos garantir, como vemos em (20), que o erro tenderá a zero nas condições próximas ao regime do sistema. Para o sistema apresentado as matrizes A, B e C são todas 7x7 e temos os sete estados (níveis dos reservatórios) sendo medidos.

5. Resultados e Discussões

Para a simulação utilizamos dados reais do sistema, como descritos na seção 2, para que a simulação se desse em condições bem próximas do sistema real.

Os resultados serão divididos em duas partes. Na primeira parte mostraremos o funcionamento do modelo da planta para as situações de abertura e fechamento das válvulas e a influência da bomba no sistema. Na segunda parte será mostrado o sistema com a ação do controlador.

5.1 Simulação em malha aberta

A resposta do modelo em malha aberta será mostrada apenas para três reservatórios, apesar da simulação conter os sete reservatórios, para que se seja possível visualizar bem a dinâmica das válvulas e a atuação das bombas. Na simulação a válvula de saída ficou 100% aberta, simulando a vazão total de abastecimento para o sistema, e foram impostas variações nas bombas e nas válvulas que interligam os reservatórios, como podemos ver nos gráficos dois e três da figura 3.

Os resultados da simulação representam bem a dinâmica do sistema, pode-se ver na figura 3 que a abertura e fechamento das válvulas de interligação causa mudanças na dinâmica do sistema. Analisando o comportamento do nível h_3 percebe-se que após a abertura da válvula no instante 4 (horas) que o nível passa a subir, apesar da bomba manter sua vazão. Nesse instante ele passa a receber água dos outros reservatórios do sistema, já no instante 8 e 16 (horas), com a mudança da contribuição da bomba no sistema pode-se ver o nível se mantendo estável e logo em seguida subindo.

A bomba possui uma forte influência no sistema, uma explicação para isso, é que sua

6

vazão é bem maior que a vazão das válvulas, por isso, para que se pudesse visualizar bem os gráficos de resposta da dinâmica, utilizamos um valor baixo para a vazão da bomba.

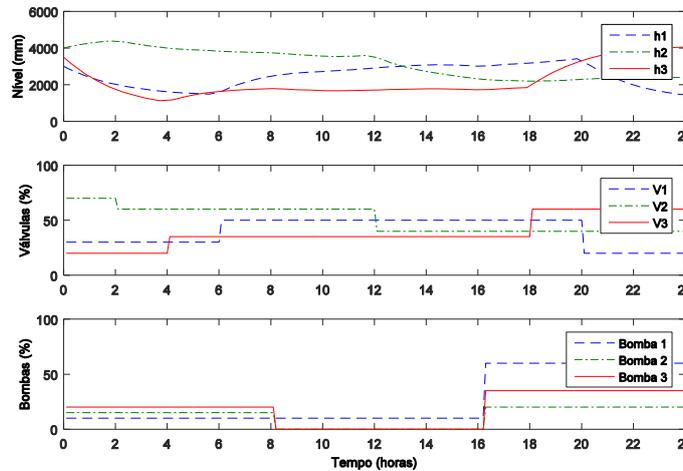


Figura 3: Simulação do modelo.

5.2 Controlador

O projeto do controlador foi baseado em um modelo linearizado em torno dos seguintes pontos de operação: Válvula de saída: 100%, Vazão da bomba: 50%, nível do reservatório 1: 2000 mm, nível do reservatório 2: 5500 mm, nível do reservatório 3: 3100 mm, nível do reservatório 4: 3400 mm, nível do reservatório 5: 5120 mm, nível do reservatório 6: 4063 mm, nível do reservatório 7: 3000 mm. A variável manipulada no processo é a válvula de interconexão dos reservatórios e a controlada são os níveis.

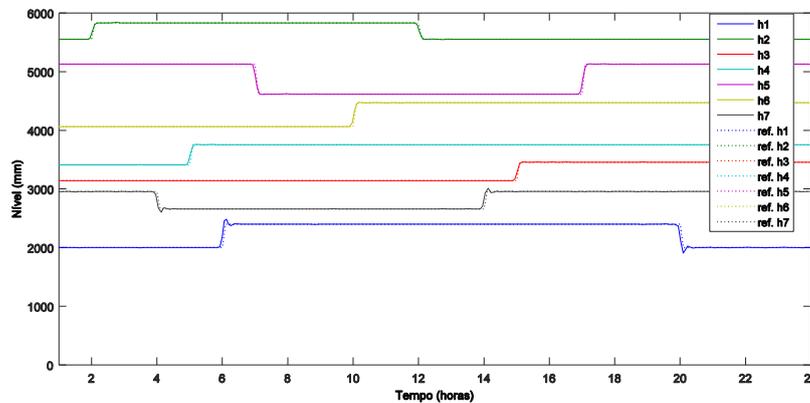


Figura 4: Modelo com servo controlador multivariável.

O modelo linearizado foi obtido a partir da função *linmod* do Matlab [4]. Os polos em malha fechada alocados foram: $(-0.1821, -1.1361, -1.1452, -1.1558, -1.1941, -1.1842, -1.1654)$. Na simulação foram utilizadas referências do tipo degrau (tracejado, figura 4).

Verifica-se na figura 4 que o controlador consegue impor o seguimento das referências sem erro, com uma convergência rápida para o valor de regime permanente. Pode-se perceber na variação das referências um pequeno acoplamento entre as variáveis, isso devido a interferência dos níveis em cada reservatório. Na figura 5 é apresentado o

signal de controle onde podemos ver a ação do controlador a cada mudança de referência.

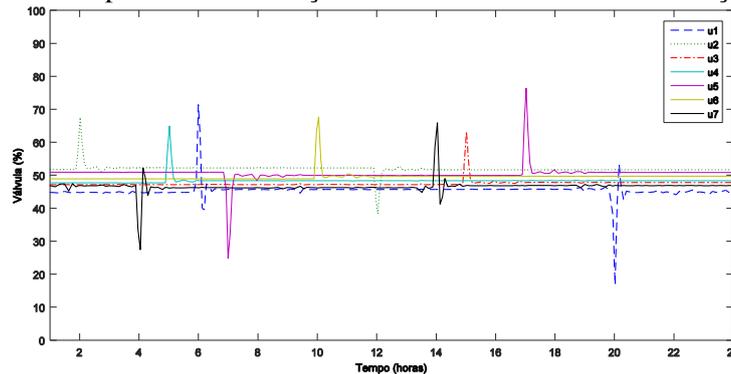


Figura 5: Sinal de controle aplicados nas válvulas.

6. Conclusão

Verificou-se por meio de simulação que de forma coerente o modelo apresentado descreve o comportamento de um sistema hidráulico, o que deverá em trabalho futuro ser ajustado e validado com os dados reais do sistema.

O controlador linear multivariável respondeu a dinâmica dentro de um ponto de operação para um sistema não-linear, o que aponta para a viabilidade na sua implementação prática, mas em trabalhos futuros deverá investigada uma estratégia de controle não-linear que torne o desempenho do sistema menos dependente do ponto de operação.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e de Computação (PPGEEC) e a UFRN pelo apoio e incentivo na realização das pesquisas.

Referências

- [1] P. Chalupa and J. Novak. Modeling and model predictive control of a nonlinear hydraulic system. *Computers and Mathematics with Applications* 66, 155-164, (2013).
- [2] I. Eker and T. Kara. Operation and Control of a Water Supply System, *Isa Transaction*, Vol. 42, 461-473, (2003)
- [3] International Benchmarking Network For Water And Sanitation Utilities 2014 – IBNET. www.ib-net.org. (2015).
- [4] MATLAB. Version 7.10.0 (R2010a), The Math Works Inc., Natick, Massachusetts, EUA, (2010).
- [5] K. Ogata, *Engenharia de Controle Moderno*, Editora Pearson Education, 5ª Edição, (2010).