

## Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

# Desenvolvimento de um modelo linear e projeto de um controlador para concentração de oxigênio dissolvido em um reator de lodo ativado em escala de bancada

Francisco Jadilson dos Santos Silva<sup>1</sup>

Departamento de Educação Profissional, IFMA, Alcântara, MA

Sebastian Yuri Cavalcanti Catunda<sup>2</sup>

Departamento de Engenharia de Computação e Automação, UFRN, Natal, RN

Carlos Eduardo Trabuco Dorea<sup>3</sup>

Departamento de Engenharia de Computação e Automação, UFRN, Natal, RN

**Resumo.** Este artigo propõe um modelo linear para o processo de oxigênio dissolvido em um reator de lodo ativado em escala de bancada aerado por bombas do tipo liga-desliga. Tal modelo é utilizado no projeto de um controlador proporcional-derivativo, via Lugar das Raízes, aplicado ao controle da concentração de oxigênio dissolvido. Simulações são apresentadas para ilustrar a validade do modelo proposto e avaliar o desempenho do controlador.

**Palavras-chave.** O xigênio dissolvido, controle de processos, reator de lodo ativado, sistemas não lineares, modelo linear.

## 1 Introdução

Sistemas de lodo ativado têm sido comumente empregados no tratamento biológico de despejos domésticos e industriais. Em tais sistemas, colônias de bactérias, sob condições favoráveis, são responsáveis pela remoção da matéria orgânica presente nas águas residuais. Elas consomem o oxigênio dissolvido (OD) e o substrato orgânico disponíveis no licor misto (mistura de esgoto bruto e matéria biológica) e liberam dióxido de carbono e outros subprodutos de suas reações metabólicas. O oxigênio consumido é fornecido ao sistema por meio de aeradores.

A principal dificuldade associada com a modelagem e o controle desses processos está relacionada com o comportamento não linear do sistema e com o grande número de parâmetros e estados que podem variar durante a sua operação. Entretanto, modelos reduzidos podem ser levados em consideração caso somente o estado a ser observado seja de interesse (por exemplo, o oxigênio dissolvido) [5].

A concentração de oxigênio dissolvido é uma das principais variáveis controladas nos

---

<sup>1</sup> francisco.jadilson@ifma.edu.br

<sup>2</sup> catunda@dca.ufrn.br

<sup>3</sup> cetdorea@dca.ufrn.br

processos de lodo ativado. Níveis insuficientes de oxigênio dissolvido tendem a diminuir a eficiência do processo, enquanto níveis muito altos podem causar problemas na decantação do lodo (etapa final do processo) além de aumentar os custos com a energia elétrica. Além disso, se a concentração de oxigênio dissolvido é mantida constante, a entrada de controle pode ser usada como um indicador da atividade biológica [1]. Portanto, o controle da concentração de OD é de grande importância.

Neste artigo é proposto um modelo linear para a dinâmica de oxigênio dissolvido em um reator de lodo ativado em escala de bancada aerado por bombas do tipo liga/desliga acionadas por sinal PWM. O modelo proposto é usado no projeto de um controlador proporcional-derivativo (PD).

## 2 Propósito

O propósito desta pesquisa é desenvolver um modelo linear para a dinâmica de oxigênio dissolvido em um reator de lodo ativado. Um esquema representando o sistema está ilustrado na Figura 1. Ele consiste de um reator, um aerador (bomba de ar + difusor de ar) e um agitador. Uma sonda amperométrica padrão (sensor de OD) é utilizada para medir a concentração de oxigênio no licor misto.

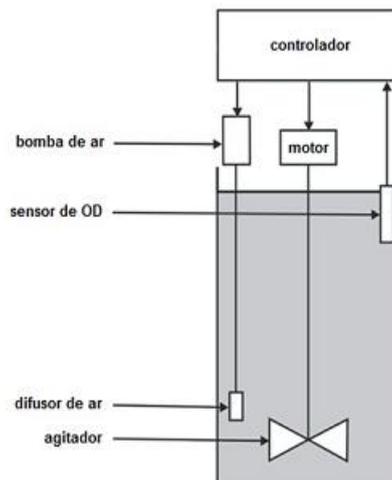


Figura 1: Reator de lodo ativado em escala de bancada.

As principais dinâmicas consideradas nesse sistema podem ser representadas pelo diagrama de blocos da Figura 2.

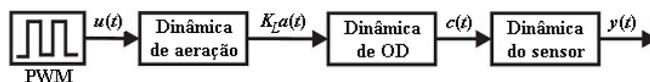


Figura 2: Diagrama de blocos do sistema.

### 2.1 Dinâmica de oxigênio dissolvido

A dinâmica da concentração de OD é caracterizada pelo balanço entre a taxa de oxigênio transferido para o licor misto pelo sistema de aeração e a taxa na qual esse oxigênio é consumido pelos microrganismos (colônias de bactérias) dentro do reator. Essa dinâmica tem sido descrita em [5, 7], para um reator em escala de bancada, como:

$$\frac{dc(t)}{dt} = K_L a(q(t)) \cdot (c_{sat} - c(t)) - R(t) \quad (1)$$

Onde:

$c(t)$  é a concentração de OD [mg/l];

$c_{sat}$  é o valor de saturação da concentração de OD [mg/l];

$K_L a(q(t))$  é a função transferência de oxigênio em função do fluxo de ar  $q(t)$  [ $h^{-1}$ ];

$q(t)$  é o fluxo de ar [l/h];

$R(t)$  é a taxa de consumo de oxigênio (TCO) [mg/l/h].

## 2.2 Dinâmica de aeração

A taxa de oxigênio transferido para os sistemas de lodo ativado é comumente variada manipulando-se o fluxo de ar. Entretanto, como a aeração do reator é fornecida por meio de bombas do tipo liga-desliga e, portanto, não permitem o controle do fluxo de ar, é necessário acioná-las por meio de um sinal PWM para que elas possam ser utilizadas com propósitos de controle, conforme tem sido relatado em [2].

Quando a bomba é ligada, demora um certo tempo até que a função transferência de oxigênio atinja seu valor de regime,  $K_{max}$ . Um comportamento similar ocorre quando a mesma é desligada. Dessa forma, assume-se nesta pesquisa que a função de transferência de oxigênio apresenta o comportamento de um sistema de primeira ordem:

$$t_k \frac{dK_L a(t)}{dt} = -K_L a(t) + K_{max} u(t) \quad (2)$$

Onde  $t_k$  é a constante de tempo associada com as características físicas do aerador e difusor de ar e também com a concentração de bolhas no licor; e  $u(t)$  é o sinal PWM.

## 2.3 Dinâmica do sensor de OD

O sensor de OD utilizado nesta pesquisa é composto por uma câmara na qual dois eletrodos de metal (um catodo e um anodo) estão imersos em uma solução eletrolítica e separados do meio por uma membrana semipermeável. O tipo de sensor utilizado requer uma polarização externa com uma tensão negativa de cerca de 0,8 V com relação ao anodo (eletrodo de referência) [8], conforme indicado no diagrama da Figura 3.

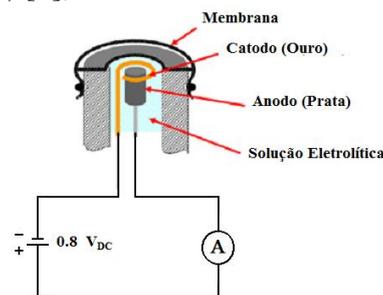


Figura 3: Diagrama simplificado do sensor de OD com circuito de polarização.

Quando o oxigênio dissolvido presente no licor atravessa a membrana ele sofre uma reação química que produz uma corrente elétrica entre os dois eletrodos. Essa corrente é proporcional à concentração de oxigênio [4].

Essa reação química, combinada com o processo de difusão do oxigênio através da

membrana, tem sido modelada em [3, 6] como um sistema de primeira ordem:

$$t_m \frac{dy(t)}{dt} = c(t) - y(t) \quad (3)$$

Onde  $t_m$  é a constante de tempo do sensor de OD; e  $y(t)$  é o sinal de medição.

### 3 Métodos

Neste artigo, a dinâmica não linear do oxigênio dissolvido descrita em (1) é linearizada em torno de um ponto de operação e um controlador PD é projetado e analisado com base no modelo linearizado. Simulações são realizadas empregando-se o modelo não linear em malha fechada.

#### 3.1 Modelo linearizado

Assumindo que a concentração de OD será mantida em torno de um valor de referência,  $c_{ref}$ , a equação (1) pode ser reescrita como:

$$\frac{dc(t)}{dt} = K_L a(t) \cdot Do - R(t) \quad (4)$$

Onde  $Do = c_{sat} - c_{ref}$ , é uma constante que representa o déficit de oxigênio.

Do ponto de vista de controle, a taxa de consumo de oxigênio,  $R(t)$ , pode ser modelada como um sinal de perturbação no sistema.

Com esta mudança, o modelo do sistema passa a ser linear e as técnicas de controle clássico podem ser empregadas.

Aplicando a Transformada de Laplace em (2), (3) e (4) e resolvendo para  $Y(s)$  temos:

$$Y(s) = \frac{Do \cdot K_{max}}{s(t_m \cdot s + 1)(t_k \cdot s + 1)} \cdot U(s) - \frac{1}{s(t_m \cdot s + 1)} \cdot R(s) \quad (5)$$

O diagrama de blocos do modelo pode ser visto na Figura 4.

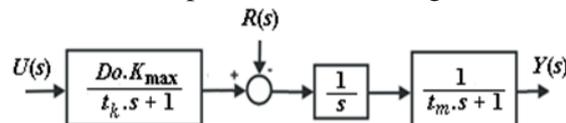


Figura 4: Diagrama de blocos do modelo.

Nesse modelo, a entrada do sistema é o sinal PWM ( $U(s)$ ), a saída é o sinal de medição ( $Y(s)$ ) e a TCO ( $R(s)$ ) é a perturbação do sistema.

As funções de transferência da entrada para a saída e da perturbação para a saída são dadas, respectivamente, por:

$$G_p(s) = \frac{Do \cdot K_{max}}{s(t_m \cdot s + 1)(t_k \cdot s + 1)} \quad (6)$$

$$G_n(s) = \frac{1}{s(t_m \cdot s + 1)} \quad (7)$$

Percebe-se de (6) que o sistema em malha aberta é caracterizado por um pólo na origem e dois pólos, cuja localização irá depender dos valores das constantes de tempo  $t_m$  e  $t_k$ . Os valores de  $K_{max}$ ,  $c_{sat}$ ,  $t_m$  e  $t_k$  podem ser determinados experimentalmente,

conforme descrito em [5] e [7].

### 3.2 Projeto do controlador

Para o projeto e a análise do controlador do tipo PD (proporcional-derivativo), utilizou-se o modelo linearizado desenvolvido na seção anterior, indicado em (6).

Um diagrama do sistema em malha fechada está ilustrado na Figura 5.

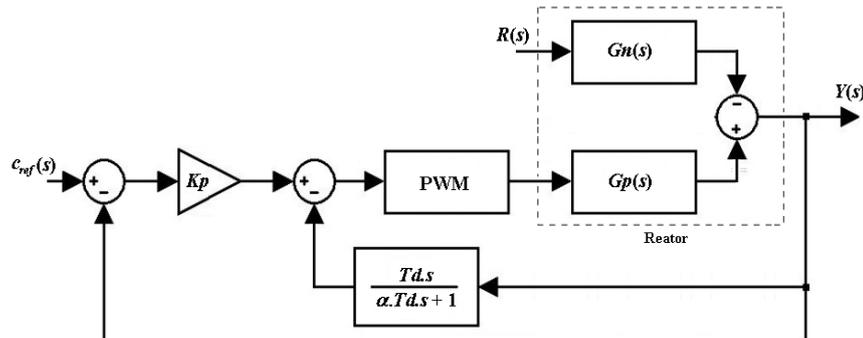


Figura 5: Diagrama de blocos do sistema em malha fechada.

A variável manipulada é a taxa de aeração, caracterizada pelo intervalo de tempo em que o aerador permanece ligado.

Os valores de  $K_p$  e  $T_d$  são determinados por meio do Diagrama do Lugar das Raízes.

Essa configuração de controlador foi escolhida devido sua rápida resposta transitória, embora ela apresente um erro na saída em regime permanente.

## 4 Resultados de simulação

O sistema indicado na Figura 5 tem sido simulado por meio do software Matlab. Os valores adotados para  $K_{max}$ ,  $t_m$  e  $t_k$  foram  $100 \text{ h}^{-1}$ , 8 s e 2 s, respectivamente. A constante de saturação do oxigênio dissolvido foi ajustada como  $c_{sat} = 8 \text{ mg/l}$ . Esses valores estão próximos dos valores reais de tais parâmetros.

Os parâmetros do controlador  $K_p = 0.687$  e  $T_d = 5.5$ , foram obtidos por meio do Lugar das Raízes de maneira a obter uma resposta transitória mais rápida e sem sobressinal. O parâmetro  $\alpha = 0.9$  foi usado na configuração do controlador PD (compensador em avanço).

A concentração de referência escolhida foi  $c_{ref} = 3 \text{ mg/l}$  (valor considerado satisfatório para o processo) e o período do sinal PWM adotado foi  $T = 1 \text{ s}$ . Um ruído de medição  $w = N(0, 0.05)$  foi adicionado à saída do sistema.

A TCO foi ajustada para  $R = 40 \text{ mg/l/h}$  nos primeiros 30 minutos de simulação e em seguida variada abruptamente para  $80 \text{ mg/l/h}$ , simulando a entrada de substrato (matéria orgânica) no sistema. A duração da simulação foi de 60 min.

Os resultados podem ser observados na Figura 6.

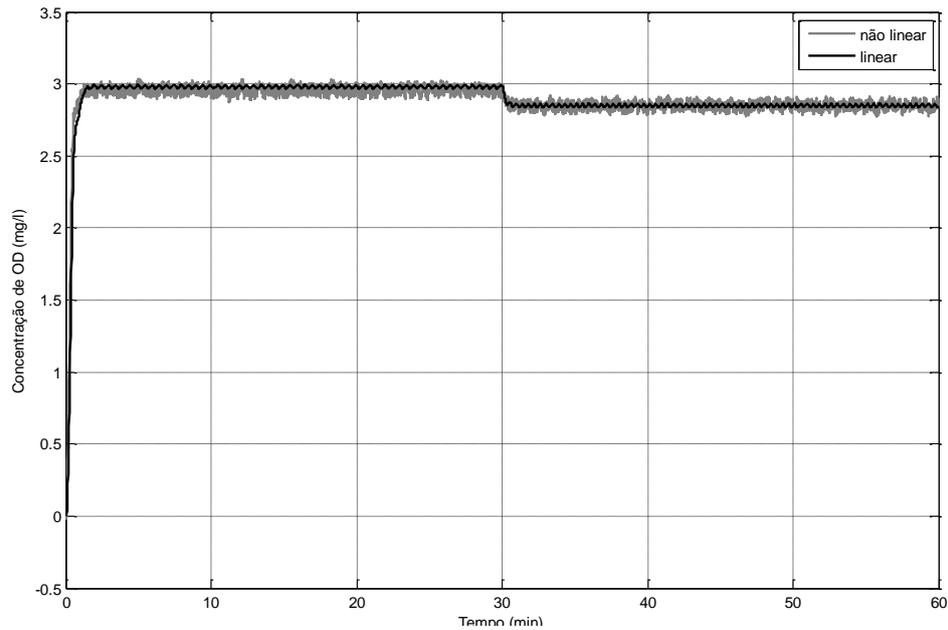


Figura 6: Concentração de oxigênio dissolvido para os modelos não linear e linearizado.

## 5 Discussões

Conforme pode ser visualizado na Figura 6, as curvas das respostas obtidas com o modelo linearizado e o não linear estão bem próximas, o que indica a validade do modelo proposto na região de operação do sistema.

Também é possível observar uma rápida resposta transitória no início da simulação e após uma variação brusca da perturbação. Essa característica é desejável em aplicações onde a entrada de controle é utilizada para estimar outras variáveis do sistema (por exemplo, a TCO).

A diferença observada entre a referência e o valor medido ocorre devido a configuração do controlador escolhido. Este erro pode ser minimizado aumentando-se o valor do ganho proporcional ou inserindo-se um integrador no sistema, entretanto, isso acarretaria em um sobressinal maior ou uma resposta mais lenta, limitando portanto, a aplicação do esquema adotado.

## 6 Conclusões

Nesse artigo foi proposto um modelo linear para a concentração de oxigênio dissolvido em um reator de lodo ativado. O modelo proposto foi utilizado no projeto de um controlador proporcional-derivativo com a finalidade de manter a concentração de OD em torno de um ponto de operação e melhorar a resposta transitória do sistema.

Com base nos dados de simulação pôde-se verificar uma rápida resposta transitória utilizando a configuração adotada, embora a saída tenha apresentado um erro de regime diferente de zero.

Essa característica é importante em aplicações de tempo real em que o sinal de controle é empregado na determinação da TCO.

## Agradecimentos

Agradeço ao IFMA pelo suporte financeiro e à UFRN pelo apoio representado pela infra-estrutura de laboratórios e equipamentos.

## Referências

- [1] M. Akesson and P. Hagander, Control of dissolved oxygen in stirred bioreactors, Technical Report ISRN LUTFD2/TFRT--7471--SE, (1998).
- [2] S. Y. C. Catunda, G. S. Deep, A. C. van Haandel, and R. C. S. Freire, Feedback control method for estimating the oxygen uptake rate in activated sludge systems, Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions, vol. 48, n° 4, p. 864-869, (1999).
- [3] P. Juárez and J. Orejas, Oxygen Transfer in Stirred Reactor in Laboratory Scale, Latim American Applied Research, vol. 31, p. 433-432, (2001).
- [4] S. M. Libelli and C. Barresi, Dynamic compensation of dissolved oxygen probes for respirometry, 1<sup>st</sup> IWA Conference on Instrumentation, Control and Automation, vol. 1, p. 131-138, (2002).
- [5] F. S. B. Lima, F. J. S. Silva, S. Y. C. Catunda, and J. V. F. Neto, Continuous-time identification of a PWM aerated bench scale activated sludge reactor using state-variable filters, IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, p. 1-5, (2011).
- [6] M. Niedzwiedz, and P. Laszczyk, Probe dynamics influence on determination of volumetric oxygen transfer coefficient, IEEE Methods and Models in Automation and Robotics Conference, p. 395-400, (2014).
- [7] F. J. S. Silva, S. Y. C. Catunda, J. V. F. Neto, and A. C. van Haandel, Dissolved oxygen PWM control and oxygen uptake rate estimation using Kalman Filter in activated sludge systems, IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, p. 579-584, (2010).
- [8] The Dissolved Oxygen Handbook, YSI, (2009).