Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 4, N. 1, 2016.
Trabalho apresentado no DINCON, Natal - RN, 2015.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Dinâmica e Controle do Voo de um VANT Quadrirrotor

Leonardo de Avellar Frederico[1]
Universidade Federal do ABC – UFABC, Santo André, SP
André Luís da Silva[2]
Universidade Federal de Santa Maria – UFSM, Cachoeira do Sul, RS
Luiz de S. Martins-Filho[3]
Universidade Federal do ABC – UFABC, São Bernardo do Campo, SP

Resumo. Esse trabalho trata do problema do controle do voo de um veículo aéreo não tripulado quadrirrotor (VANT). A missão considerada é do tipo busca e vigilância, onde se exige a capacidade de realizar decolagens e pousos verticais, pairagens e mudanças rápidas de trajetórias. As trajetórias dessa missão apresentam características de varredura rápida, e aparente imprevisibilidade para surpreender eventuais intrusos. A modelagem do movimento do veículo baseia-se nas formulações de Newton-Euler e Euler-Lagrange. A técnica de controle não linear adotada é o controle por modos deslizantes. Os testes para análise da modelagem da dinâmica e do controlador proposto são realizados através de simulações numéricas.

Palavras-chave. VANT, Quadrirrotor, Dinâmica de voo, Controle de voo

1 Introdução

Este trabalho trata do estudo da aplicação de um Veículo Aéreo Não Tripulado (VANT) para missões de busca e vigilância. A estratégia de planejamento de trajetórias baseia-se no voo de Lévy, um movimento do tipo *random walk* observado em algumas espécies animais como uma solução ótima para o problema da busca por alimento, ou outro tipo de alvo [2,3]. Em missões de busca e vigilância, a rápida varredura de uma área e a imprevisibilidade da trajetória são características desejáveis. O VANT tem se mostrado eficiente atuando em áreas de difícil acesso, 2 custo relativamente baixo [1,3].

2 Modelagem da Dinâmica de Voo

Na modelagem, as seguintes hipóteses são adotadas: o veículo é rígido e simétrico, o centro de massa coincide com a origem do sistema de coordenadas fixo ao corpo, a distância entre o centro de massa e o plano das hélices é desprezível, motores opostos giram no mesmo sentido (2 no sentido anti-horário, 2 no sentido horário), as hélices provocam forças de tração paralelas e perpendiculares ao plano das hélices, a força de arrasto é desprezível. A

[1] leo_de_avellar@hotmail.com
[2] andreluis.silva@ufsm.br
[3] luiz.martins@ufabc.edu.br

Figura 1 mostra os sistemas de coordenadas adotados neste trabalho.

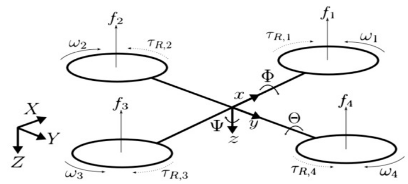

Figura 1: Sistema de coordenadas inercial e do corpo do VANT.

A posição do quadrirrotor é expressa por $\boldsymbol{R} = [x_n\ y_e\ z_d]^T$. A relação entre a aceleração e as forças atuantes em relação ao sistema inercial é dada por:

$$m\dot{\boldsymbol{V}} = mg\,\boldsymbol{e_3} + \boldsymbol{C_0^B}\sum \boldsymbol{F}_i \tag{1}$$

em que $\boldsymbol{e_3} = [0\ 0\ 1]^T$, m é a massa do corpo e g é a aceleração da gravidade, e $\boldsymbol{C_0}^{\boldsymbol{B}}$ a matriz de transformação de coordenadas, que leva do sistema do corpo para o inercial. A partir de $\boldsymbol{\omega} = [p\ q\ r]^T$, a dinâmica de rotação pode ser escrita como:

$$\boldsymbol{I}\,\dot{\omega} = \boldsymbol{M} - \omega\, X\, \boldsymbol{I}\,\omega \tag{2}$$

onde $\boldsymbol{I}$ é a matriz de inércia, e $\boldsymbol{M}$ é o vetor dos momentos resultantes. Uma outra abordagem para modelagem utiliza o formalismo de Euler-Lagrange. Para o sistema do quadrirrotor, as coordenadas generalizadas são $\boldsymbol{q}=[x\ y\ z\ \varphi\ \theta\ \psi]^T$. O Lagrangeano é assim definido:

$$L=(1/2)[m(\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2)+I_{xx}(\dot{\varphi}-\dot{\psi}s\theta)^2+I_{yy}(\dot{\theta}c\varphi+\dot{\psi}c\theta s\varphi)^2+I_{zz}(\dot{\psi}c\varphi c\theta-\dot{\theta}s\varphi)^2]+mgz \tag{3}$$

As forças generalizadas relacionadas a cada coordenada são dadas por:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}_k}\right)-\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{q}_k}=Q_k \tag{4}$$

Para a modelagem da rotação, tomando q_i como ϕ, θ e ψ, os torques são:

$$\begin{gathered}
\tau_\phi=I_{xx}(\ddot{\varphi}-\dot{\psi}\dot{\theta}c\theta-\ddot{\psi}s\theta)+(I_{zz}-I_{yy})(\dot{\theta}c\varphi+\dot{\psi}c\theta s\varphi)(-\dot{\theta}s\varphi+\dot{\psi}c\theta c\varphi)\\
\tau_\theta=I_{yy}[(\ddot{\theta}c\varphi-\dot{\theta}\dot{\varphi}s\varphi+\ddot{\psi}c\theta s\varphi)c\varphi]\\
+I_{yy}[(-\dot{\psi}\dot{\theta}s\theta s\varphi+\psi'\dot{\varphi}c\theta c\varphi)c\varphi-\dot{\varphi}(\dot{\theta}c\varphi+\dot{\psi}c\theta s\varphi)s\varphi]\\
+I_{zz}[-\ddot{\psi}c\theta c\varphi+\dot{\psi}(\dot{\theta}s\theta c\varphi+\dot{\varphi}c\theta s\varphi)+\ddot{\theta}s\varphi+\dot{\theta}\dot{\varphi}c\varphi](s\varphi)\\
+I_{zz}[\dot{\varphi}(\dot{\theta}s\varphi-\dot{\psi}c\theta c\varphi)(c\varphi)]-I_{xx}(\dot{\psi}s\theta-\dot{\varphi})\dot{\psi}c\theta\\
+I_{yy}(\dot{\theta}c\varphi+\dot{\psi}c\theta s\varphi)\dot{\psi}s\theta s\varphi-I_{zz}(\dot{\theta}s\varphi-\dot{\psi}c\theta c\varphi)\dot{\psi}s\theta c\varphi\\
\tau_\psi=I_{xx}[(\dot{\psi}\dot{\theta}c\theta+\ddot{\psi}s\theta-\ddot{\varphi})s\theta+\dot{\theta}(\dot{\psi}s\theta-\dot{\varphi})c\theta]\\
+I_{yy}[(\ddot{\theta}c\varphi-\dot{\theta}\dot{\varphi}s\varphi+\ddot{\psi}c\theta s\varphi-\dot{\psi}\dot{\theta}s\theta s\varphi+\dot{\psi}\dot{\varphi}c\theta c\varphi)s\varphi c\theta]\\
+I_{yy}[(\dot{\theta}c\varphi+\dot{\psi}c\theta s\varphi)(-\dot{\theta}s\varphi s\theta+\dot{\varphi}c\theta c\psi)]\\
+I_{zz}[\ddot{\psi}c\theta c\varphi-\dot{\psi}(\dot{\theta}s\theta c\varphi+\dot{\varphi}s\varphi c\theta)-\ddot{\theta}s\varphi-\dot{\theta}\dot{\varphi}c\varphi(c\varphi c\theta)]\\
+I_{zz}[+(\dot{\theta}s\varphi-\dot{\psi}c\theta c\varphi)(\theta's\theta c\varphi+\dot{\varphi}c\theta s\varphi)]
\end{gathered} \tag{5}$$

A descrição do problema se torna completa quando as forças e torques aplicados ao sistema do quadrirrotor são definidos [3]. Em voo pairado, a força de tração produzida por cada um dos motores do quadrirrotor é proporcional à velocidade angular de rotação desses:

$$F_i = k_f \Omega_i^2 \tag{6}$$

O torque é de dois tipos: os momentos gerados pelos empuxos perpendiculares ao braço do quadrirrotor (L, M), e pelos momentos aerodinâmicos de reação em cada hélice (N).

$$\begin{aligned} L &= k_f l_c (\Omega_4{}^2 - \Omega_2{}^2) \\ M &= k_f l_c (\Omega_1{}^2 - \Omega_3{}^2) \end{aligned} \tag{7}$$

As velocidades angulares das hélices, Ω_1, Ω_2, Ω_3 e Ω_4, são as variáveis de controle dos movimentos. Essas velocidades podem ser definidas em termos de $\boldsymbol{u}$ (torques):

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \sqrt{u_T + u_\theta + u_\psi} \\ \Omega_2 &= \sqrt{u_T - u_\varphi - u_\psi} \\ \Omega_3 &= \sqrt{u_T - u_\theta + u_\psi} \\ \Omega_4 &= \sqrt{u_T + u_\varphi - u_\psi} \end{aligned} \tag{8}$$

Mais detalhes dessa modelagem e dos parâmetros específicos do modelo de VANT estudado, utilizados nas simulações numéricas, podem ser encontrados em [1]. O VANT considerado (Gyrofly 200 ED) dispõe de GPS, magnetômetros, giroscópios e acelerômetros.

3 Controle de Movimento do VANT

Esta seção apresenta uma síntese do equacionamento do projeto do controlador. Primeiramente, define-se o vetor de estado do quadrirrotor por

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x} &= [\varphi \quad \dot{\varphi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad z \quad \dot{z} \quad x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y}]^T \\ &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9 \quad x_{10} \quad x_{11} \quad x_{12}]^T \end{aligned} \tag{9}$$

A técnica de controle adotada neste trabalho é o controle não-linear por modos deslizantes (s*liding mode control*) [7,8,9]. A aplicação de outra técnica, *backstepping control*, e comparações de resultados podem ser encontradas em [1]. Para os modos deslizantes, pode-se definir as superfícies de chaveamento:

$$s_k = -\dot{z}_{2k-1} - \alpha_{2k-1} z_{2k-1} \tag{10}$$

em que k = 1,2,3,4,5,6 e $\alpha_{2k-1} > 0$, de modo que a superfície de chaveamento representa uma trajetória estável, e variável z representa o erro de rastreio $z_{2k-1} = x_{2k-1}^{ref} - x_{2k-1}$.

Esse controlador define uma resposta de primeira ordem para o erro de rastreio, que converge para zero em regime permanente. Assim, para cada valor de k, a função de Lyapunov e sua derivada temporal são dadas por

$$V_k = (s^2{}_k + z^2{}_{2k-1})/2 \tag{12}$$

$$\dot{V}_k = s_k \dot{s}_k + z_{2k-1} \dot{z}_{2k-1} \tag{13}$$

A estabilidade é atingida quando a Eq. (12) é definida positiva e a Eq. (13) é semi-definida negativa. A aplicação do formalismo do método de Lyapunov impõe que o produto entre s_k e sua derivada seja negativa. A inserção do termo referente à função sinal da superfície de chaveamento é o centro dessa técnica. Assim, todas as trajetórias que iniciam a partir de um ponto não pertencente à superfície de chaveamento são direcionadas a ela:

$$\ddot{x}_{2k-1}+(\alpha_{2k-1}+k_1)\dot{x}_{2k-1}+(1+k_1\alpha_{2k-1})x_{2k-1}=(1+k_1\alpha_{2k-1})x_{2k-1}^{ref}-k_2\,sign(s_k) \tag{14}$$

Esta equação deve ser obtida para a dinâmica da variável x_{2k-1} a partir de um controle adequado. A partir daqui pode-se adotar que:

$$\begin{gathered} k_{2k-1}=\alpha_{2k}=\alpha_{2k-1}-2 \\ k_{2k}=\beta_k \end{gathered} \tag{15}$$

O ganho β_k determina a amplitude do controle chaveado. Assim:

$$\ddot{x}_{2k-1}+(\alpha_{2k-1}+\alpha_{2k})\dot{x}_{2k-1}+(1+\alpha_{2k-1}\alpha_{2k})x_{2k-1}=(1+\alpha_{2k-1}\alpha_{2k})x_{2k-1}^{ref}-\beta_k\,sign(s_k) \tag{16}$$

Deseja-se agora escrever a lei de controle relacionada ao controle de altitude. Assim, considerando $k = 4$, tem-se a dinâmica para x_7 e a tração T:

$$\ddot{x}_7=(\alpha_7+\alpha_8)\dot{z}_7+(1+\alpha_7\alpha_8)z_7-\beta_4\,sign(s_4) \tag{17}$$

$$T=(m/(c_{x1}c_{x3}))[g-(\alpha_7+\alpha_8)\dot{z}_7-(1+\alpha_7\alpha_8)z_7+\beta_4\,sign(s_4)] \tag{18}$$

Não é possível escrever uma equação para o deslocamento, velocidade e para a tração T para todo instante de tempo t devido ao termo referente à função sinal da superfície de chaveamento. A mesma só vale para um instante de tempo t tal que $t_i \le t < t_{tr}$, onde t_i é o instante inicial do movimento e t_{tr} o instante da primeira transição pela superfície de chaveamento. Assim, para um instante de tempo t que esteja em tal intervalo:

$$x_7=[x_7^{ref}-x_7(0)-\frac{\beta_4\,sign(s_4)}{\omega_n^2}]\{1-e^{-\omega_n t}[1+\omega_n t]\}+x_7(0) \tag{19}$$

$$x_8=[x_7^{ref}-x_7(0)-\frac{\beta_4\,sign(s_4)}{\omega_n^2}]\omega_n^2 t\,e^{-\omega_n t} \tag{20}$$

$$T=m\{g+[x_7^{ref}-x_7(0)-\frac{\beta_4\,sign(s_4)}{\omega_n^2}]\omega_n{}^2 e^{-\omega_n t}(\omega_n t-1)\} \tag{21}$$

Pretende-se determinar um conjunto de valores que torne o movimento em questão possível, sem ultrapassar os limites dos atuadores. Os possíveis valores do ganho β são determinados para atender esse quesito (detalhes dessas análises não serão mostrados aqui). De forma a impor valores positivos para β_4, os limites de valores são determinados, maior será o valor máximo de β_4. Para o controle de guinada, considerando $k = 3$:

$$\ddot{x}_5=(\alpha_5+\alpha_6)\dot{z}_5+(1+\alpha_5\alpha_6)z_5-\beta_3\,sign(s_3) \tag{22}$$

Inserindo o termo referente a β_3, tomandos-e as hipóteses a respeito do movimento (antes do alcance da superfície de chaveamento):

$$N = I_{zz}\{[x_5^{ref} - x_5(0) - \frac{\beta_3 sign(s_3)}{\omega_n^2}]\omega_n{}^2 e^{-\omega_n t}(1-\omega_n t)\} \tag{23}$$

No instante inicial, uma vez que a diferença entre o valor de referência e o valor inicial do estado é positiva e que não há movimento de guinada, $sign(s_3) = -1$. Para o caso do movimento de guinada, tem-se que $0 < \omega_n \leq 1{,}382$.

Uma vez que a única restrição imposta para a escolha dos ganhos neste caso provém dos valores limites das rotações das hélices, o valor máximo de β_3 poderá assumir um valor nulo (caso onde não há um termo referente à superfície de chaveamento), até o valor máximo oriundo da condição do valor de rotação das hélices do quadrirrotor nunca ser menor que zero. Para o controle de arfagem e rolamento, considerando $k = 2$:

$$\ddot{x}_3 = (\alpha_3 + \alpha_4)\dot{z}_3 + (1 + \alpha_3\alpha_4)z_3 - \beta_2 sign(s_2) \tag{24}$$

Do mesmo modo que no controle de guinada, estabelece-se os valores possíveis para β_2:

$$I_{yy}\{[x_3^{ref} - x_3(0) - \frac{\beta_2 sign(s_2)}{\omega_n^2}]\omega_n{}^2 e^{-\omega_n t}(1-\omega_n t)\} \leq 2 k_f l_c \Omega_0^2 \tag{25}$$

Os controles fictícios u_x e u_y, para $k = 5$ e $k = 6$, são obtidos através de:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_9 &= (\alpha_9 + \alpha_{10})\dot{z}_9 + (1 + \alpha_9\alpha_{10})z_9 - \beta_5 sign(s_5) \\ \ddot{x}_{11} &= (\alpha_{11} + \alpha_{12})\dot{z}_{11} + (1 + \alpha_{11}\alpha_{12})z_{11} - \beta_6 sign(s_6) \end{aligned} \tag{26}$$

Assim, para os controle u_x e u_y:

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{c_{x3}}{g}\{\omega_n^2[x_9^{ref} - x_9(0) - \frac{\beta_5 sign(s_5)}{\omega_n^2}]e^{-\omega_n t}(\omega_n t - 1)\} \\ u_y &= \frac{c_{x3}}{g}\{\omega_n^2[x_{11}^{ref} - x_{11}(0) - \frac{\beta_6 sign(s_6)}{\omega_n^2}]e^{-\omega_n t}(\omega_n t - 1)\} \end{aligned} \tag{27}$$

Tomando-se que $\beta_5 = \beta_6 = \beta$, obtém-se:

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{c_{x3}}{g}[\omega_n^2 l c_{x5} e^{-\omega_n t}(\omega_n t - 1)] - \frac{c_{x3}}{g}[\beta_5 sign(s_5) e^{-\omega_n t}(\omega_n t - 1)] \\ u_y &= \frac{c_{x3}}{g}[\omega_n^2 l s_{x5} e^{-\omega_n t}(\omega_n t - 1)] - \frac{c_{x3}}{g}[\beta_6 sign(s_6) e^{-\omega_n t}(\omega_n t - 1)] \end{aligned} \tag{28}$$

A partir da síntese das leis de controle por modos deslizantes, e das equações da dinâmica de voo do VANT, é possível verificar o desempenho das propostas.

4 Simulações Numéricas

DOI: 10.5540/03.2016.004.01.0118

Para testar a modelagem da dinâmica de voo e o controle de voo proposto, foram realizadas simulações numéricas considerando os parâmetros do VANT adotado. O desempenho do controlador pode ser visto na realização de uma missão simplificada que compreende as seguintes etapas: decolagem para uma altura de 60m, deslocamentos no plano, e pouso. A trajetória planejada (pontos de passagem) e a realizada são mostradas na Figura 2. As Figuras 3 e 4 mostram os deslocamentos e a atitude, e a Figura 5 mostra os erros entre trajetórias realizadas e planejadas.

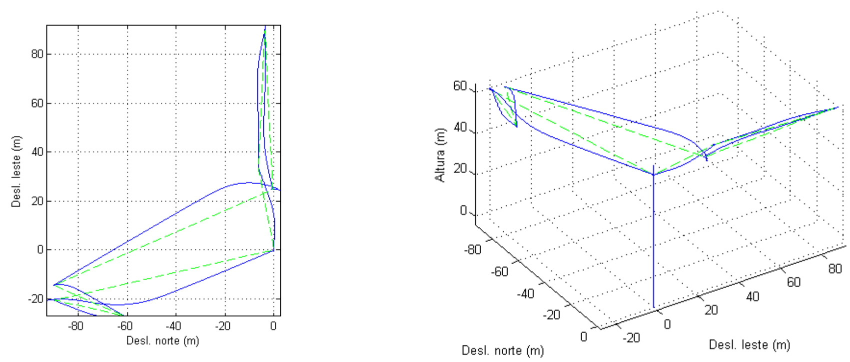

Figura 2: Deslocamento no plano horizontal e no espaço tridimensional.

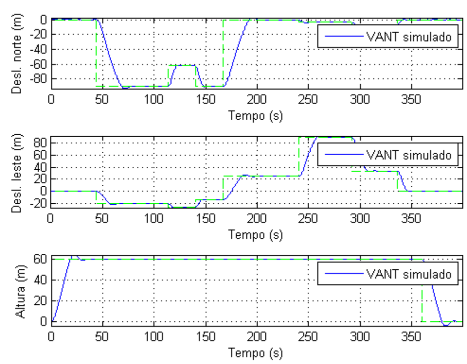

Figura 3: Deslocamentos Horizontais e Altitude.

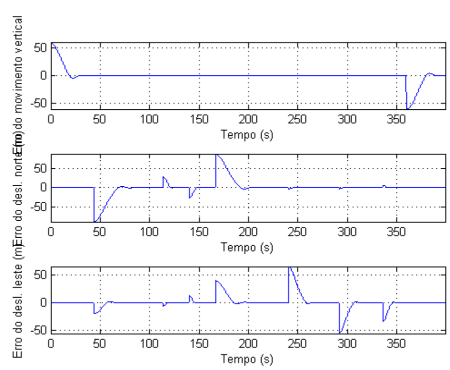

Figura 4: Ângulos de Euler.

DOI: 10.5540/03.2016.004.01.0118

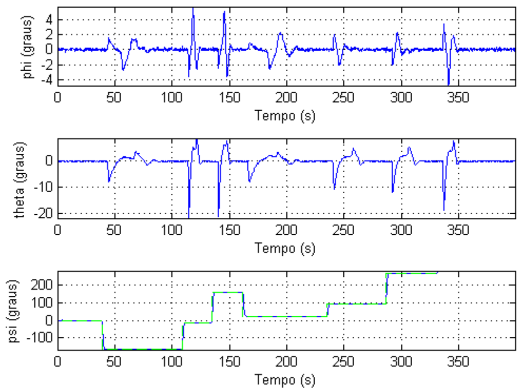

Figura 5: Erros de Rastreio (Altitude e Deslocamentos Horizontais).

5 Conclusão

Esse artigo apresentou parte dos estudos e resultados de um projeto de pesquisa envolvendo a modelagem e o controle de voo de um VANT. Os aspectos mostrados destacam a aplicação de um controlador por modos deslizantes. Essa estratégia obteve resultados com desempenho satisfatório para as perspectivas de continuidade do projeto.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio da UFABC através de uma bolsa de pós-graduação.

Referências

[1] L.A. Frederico, Planejamento de trajetórias e controle de voo em missões de busca e vigilância de um veículo aéreo não tripulado. Dissertação de Mestrado, UFABC, (2015).

[2] L.A. Frederico e L.S. Martins-Filho, Navegação de robôs móveis para missões de busca e vigilância baseada em voos de Lévy. Proc. Series of Braz. Soc. of Applied and Computational Mathematics, vol. 1, no. 1, 1-5, (2013). DOI: 10.5540/03.2031.001.01.0081.

[3] G.M. Hoffmann, H. Huang, S.L. Waslander and C.L. Tomlin, Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment. In: Proc. of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. Hilton Head, EUA, (2007).

[4] P.H.R.Q.A. Santana e G.A. Borges, Modelagem e controle de quadrirrotores. Anais do IX Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI 2009. Brasília/DF, (2009).

[5] G.M. Viswanathan, F. Bartumeus, S.V. Buldyrev, J. Catalan, U.L. Fulco, S. Havlin, M.G.E. Da Luz, M.L. Lyra, E.P. Raposo and H.E. Stanley, Lévy flight random searches in biological phenomena. Physica A, vol. 314, 208-213, (2002).

DOI: 10.5540/03.2016.004.01.0118