Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 5, N. 1, 2017.

Trabalho apresentado no CNMAC, Gramado - RS, 2016.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Considerações da regra de sinal de Descartes e a taxa de juros de uma série de pagamentos diferida

Jéssica Ventura da Silva[1]
Licenciatura em Matemática, FCT, UNESP, Presidente Prudente, SP
Vanessa Avansini Botta Pirani[2]
Departamento de Matemática e Computação, FCT, UNESP, Presidente Prudente, SP

1 Introdução

A taxa de juros, percentual cobrado sobre a remuneração do capital, representa uma variável comum a todos os seres humanos, a qual é essencial tanto nas decisões de consumo de cada cidadão, quanto na escolha por investimentos produtivos, assim sendo é de fudamental importância conhecer a taxa de juros de determinada operação financeira.

A determinação algébrica da taxa de juros (i) de uma série de pagamento diferida, apresentada pela equação (1), onde PV representa o valor presente, c é a carência, n é o período e, PMT a prestação, é uma tarefa difícil. Porém, ao fazer a mudança de variável $z = 1 + i$ e desenvolver tal equação em relação à variável (z), obtemos um polinômio de grau $(n + c)$.

$$PV = \frac{PMT\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]}{(1+i)^{c-1}}. \tag{1}$$

2 Resultados e Discussões

Nesta seção, será apresentada a regra de sinais de Descartes, onde maiores informações podem ser obtidas em [1] e [2], seguida por uma aplicação da mesma em Matemática Financeira.

Teorema 2.1 (Regra de Sinais de Descartes). *Seja Z^+ o número de zeros positivos do polinômio $P(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2 + \ldots + a_nz^n$. Então $S^-(a_0, a_1, \ldots, a_n) - Z^+$ é um número par não negativo, onde $S^-(a_0, a_1, \ldots, a_n)$ representa o número de variações de sinal dos coeficientes do polinômio.*

[1] ventura_jessica24@hotmail.com
[2] botta@fct.unesp.br

© 2017 SBMAC

Supondo que sejam informados o valor presente (PV), o período (n), a carência (c), a prestação (PMT) e, desenvolvendo a equação (1) em torno da variável z, obtemos:

$$P(z) = z^{n+c} - z^{n+c-1} - \frac{PMT}{PV} z^n + \frac{PMT}{PV} = 0. \tag{2}$$

Note que $z = 1$ é uma das raízes desta equação polinomial.

Aplicando a regra de sinal de Descartes na análise de sinais dos coeficientes de $P(z)$, temos que $S^- \left(1, -1, \frac{-PMT}{PV}, \frac{PMT}{PV}\right) = 2$. Assim,

$$S^- - Z^+ = 2k \Longrightarrow Z^+ = 2 - 2k, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

- se $k = 0 \Longrightarrow Z^+ = 2$, ou seja, $P(z)$ pode apresentar dois zeros positivos;
- se $k = 1 \Longrightarrow Z^+ = 0$, isto é, $P(z)$ pode não ter zeros positivos.

Como $z = 1$ é raiz de $P(z) = 0$ temos que $P(z) = (z-1)Q(z)$ onde

$$Q(z) = z^{n+c-1} - \frac{PMT}{PV}(z^{n-1} + \ldots + z + 1).$$

Além disso, $Q(1) = 1 - n\frac{PMT}{PV} < 0$, pois $nPMT > PV$.

Por outro lado, $\lim_{z \to \infty} Q(z) = +\infty$.

Assim, $P(z)$ tem uma raiz positiva no intervalo $(1, +\infty)$. Logo, pela regra de sinal de Descartes podemos concluir que $P(z)$ tem dois zeros positivos e, fazendo a mudança de variável $i = z - 1$ temos que zero é uma raiz de $P(i) = 0$ e o outro zero positivo de $P(z)$ é zero positivo de $P(i)$, e este representa a taxa de juros i.

3 Conclusões

A regra de sinais de Descartes foi uma importante ferramenta utilizada neste trabalho, uma vez que através da análise dos sinais dos coeficientes do polinômio $P(z)$ foi possível mostrar a existência dos zeros positivos de $P(z)$ e, consequentemente a existência dos zeros positivos de $P(i)$, isto é, foi possível mostrar que existe uma taxa i que resolve o problema apresentado.

Vale ressaltar a importância da realização desta pesquisa, visto que a maioria das referências sobre o assunto fazem apenas uma abordagem numérica sobre a determinação da taxa de juros i, possibilitando, assim, o desenvolvimento de trabalhos futuros.

Referências

[1] G. Pólya, G. Szegő. *Problems and Theorems in Analysis.* vol. II, Berlin, Springer-Verlag, 1976.

[2] E. G. Santos. A regra de sinais de Descartes. *Revista do Professor de Matemática*, n. 83, p. 45-49, primeiro quadrimestre de 2014.

© 2017 SBMAC