Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 5, N. 1, 2017.

Trabalho apresentado no CNMAC, Gramado - RS, 2016.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

Algumas propriedades de uma nova equação homogênea

Priscila Leal da Silva[1]
Programa de Pós-Graduação em Matemática, UFABC, Santo André, SP
Igor Leite Freire[2]
Centro de Matemática, Computação e Cognição, UFABC

Neste trabalho consideramos algumas propriedades da equação

$$u_t + \epsilon u_{txx} + \alpha u_x + \beta \frac{u_x u_{xx}}{u} + \gamma u_{xxx} = 0. \tag{1}$$

Tal equação é um caso particular de famílias de equações deduzidas em [1–3] quando se impõe que as funções da equação

$$u_t + \epsilon u_{txx} + f(u)u_x + g(u)\frac{u_x u_{xx}}{u} + h(u)u_{xxx} = 0 \tag{2}$$

sejam tais que:

- (2) seja invariante sob simetrias do tipo *scaling* $(x, t, u) \mapsto (x, t, \lambda u)$, onde $\lambda > 0$ é um número real, e
- (2) seja estritamente auto-adjunta (veja [1] para o significado e maiores discussões sobre este conceito), ou seja, satisfaça a condição

  $$\frac{\delta}{\delta u}\left(u[u_t + \epsilon u_{txx} + f(u)u_x + g(u)\frac{u_x u_{xx}}{u} + h(u)u_{xxx}]\right) = 0,$$

  onde $\delta/\delta u$ é o operador de Euler-Lagrange.

Dos resultados estabelecidos em [1–3] tem-se que (1) admite ao menos um vetor conservado não-trivial, para quais sejam os valores dos parâmetros constitutivos da equação. Tal vetor nos fornece uma quantidade conservada, dada por

$$\mathcal{H}[u] = \int_{-\infty}^{+\infty} (u^2 - \epsilon u_x^2)dx.$$

Para valores negativos de ϵ, essa quantidade conservada nos dá a norma de Sobolev (com peso) da função u.

Em [5, 6] foram encontradas algumas simetrias e leis de conservação para um caso evolutivo da equação (1) ($\epsilon = \alpha = 0$). Mais recentemente, em [4], os resultados de [5, 6]

---

[1]pri.leal.silva@gmail.com
[2]igor.freire@ufabc.edu.br

foram complementados e generalizados (ainda com as restrições $\epsilon = \alpha = 0$). Em particular, provou-se que a família possui dois membros integráveis (para valores $\beta = \pm 3$ e $\gamma = 1$) e um outro (quando $\gamma = 0$) no qual a família admite uma solução $u(\cdot, t) \in L^\infty(\mathbb{R})$, mas não globalmente diferenciável.

Neste trabalho apresentaremos todos os grupos de simetrias da equação (1). É importante destacar que para valores específicos dos parâmetros constitutivos a equação pode admitir grupos de simetrias distintos, embora ela possua uma sub-álgebra de simetrias bastante clara, independentemente dos parâmetros constitutivos, dada pelas translações em x, t e u.

A partir de tais grupos de simetrias pode-se investigar novas soluções da equação (soluções invariantes) e também se construir leis de conservação, utilizando-se as técnicas empregadas em [1, 4, 6].

Agradecimentos

Agradecemos à CAPES, FAPESP (processo 2014/05024-8) e CNPq (308941/2013-6) pelo apoio financeiro.

Referências

[1] P. L. da Silva and I. L. Freire, Strict self-adjointness and shallow water models, *arXiv: 1312.3992*, 2013.

[2] P. L. da Silva and I. L. Freire, On certain shallow water models, scaling invariance and strict self-adjointness, *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, volume 3, 2015. DOI: 10.5540/03.2015.003.01.0022.

[3] P. L. da Silva and I. L. Freire, An equation unifying both Camassa-Holm and Novikov equations, *Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, AIMS Proceedings*, 2015. DOI:10.3934/proc.2015.0304.

[4] P. L. da Silva, I. L. Freire and J. C. S. Sampaio, On a family of homogeneous dispersive equations admitting integrable members, *arXiv: 1487335*, 2016.

[5] J. C. S. Sampaio, Solução do tipo peakon para uma equação evolutiva de terceira ordem, *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, volume 3, 2015. DOI: 10.5540/03.2015.003.02.0014.

[6] J. C. S. Sampaio and I. L. Freire, Symmetries and solutions of a third order equation, *Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, AIMS Proceedings*, 2015. DOI:10.3934/proc.2015.0981.

