

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelo Matemático de Predação Seletiva

Altemir Bortuli Junior¹

Norberto Anibal Maidana²

Centro de Matemática, Computação e Cognição, UFABC, Santo André, SP

Modelos matemáticos têm sido utilizados para explorar interação presa - predador com presas infectadas por uma determinada doença. Dentre eles, o modelo desenvolvido e analisado em [1] descreve um fenômeno, denominado predação seletiva, no qual o predador possui a capacidade de reconhecer presas infectadas e evitar o seu consumo.

Neste trabalho é descrita a dinâmica de um sistema eco - epidemiológico de interação presa - predador por meio de um modelo matemático de predação seletiva.

Para o desenvolvimento do modelo matemático assumimos as seguintes suposições:

1. Para a população de presas consideramos como em [1] que:

- A população de presas é dividida em duas classes: suscetíveis (S) e infectadas (I);
- A população de presas suscetíveis têm crescimento logístico a uma taxa r . Somente as presas suscetíveis se reproduzem e ambas as presas contribui para a saturação, tendo capacidade suporte K_1 ;
- Parte da população de presas suscetíveis se tornam infectadas, por transmissão direta, a uma taxa β ;
- A diminuição de presas suscetíveis pela predação é dada pela equação de Holling da resposta funcional do tipo 2 [2]. Essa resposta considera que o predador tem que dedicar um certo tempo de manipulação para cada presa que consome, com uma taxa de eficiência de predação w e constante de saturação média m .
- Presas infectadas não crescem, não se recuperam, não se reproduzem e morrem a uma taxa γ .

2. Para a população de predadores (P) consideramos que:

- O predador tem fontes alternativas de alimento e não depende apenas da população de presas suscetíveis para a sua sobrevivência.
- A população de predadores aumenta a uma taxa ρ e ocorre como em [3], que diferente do modelo logístico, considera que a capacidade suporte do predador depende da população de presas. Uma vez que o predador tem fontes

¹altemirbortulijunior@hotmail.com

²norbertomaidana@gmail.com

alternativas de alimento, a capacidade suporte dependerá tanto da quantidade de alimento alternativo, que será denotado por uma constante K_2 , quanto da população de presas suscetíveis S .

De acordo com as suposições o modelo matemático assume a seguinte forma

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = rS \left(1 - \frac{S+I}{K_1}\right) - \beta IS - \frac{wPS}{1+mS} \\ \frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I \\ \frac{dP}{dt} = \rho P \left(1 - \frac{P}{K_2+S}\right). \end{cases}$$

Em que r , β , w , m e ρ são constantes positivas. Consideramos as condições iniciais positivas e arbitrárias: $S(0) > 0$, $I(0) > 0$, $P(0) > 0$.

A análise do modelo foi dividida em dois casos, a saber, com e sem fontes alternativas de alimento para a população de predadores. Nos dois casos foi calculado os pontos de equilíbrio biologicamente viáveis e estudado sua estabilidade local. Em função dos parâmetros foram determinadas condições de existência e estabilidade de cada ponto de equilíbrio. Simulações numéricas foram realizadas para exibir os efeitos da infecção na dinâmica do sistema, na ausência bem como na presença de predadores.

Agradecimentos

Agradecemos a CAPES pelo apoio financeiro.

Referências

- [1] K. P. Das, S. Roy and J. Chattopadhyay. Effect of disease-selective predation on prey infected by contact and external sources, *BioSystems*, 95:188–199, 2009.
- [2] C. S. Holling. Some characteristics of simple types of predation and parasitism, *Canadian Entomologist*, 91:385-398, 1959.
- [3] J.D. Murray. *Mathematical Biology*. Springer, Berlin, 2002.