

Um Modelo Epidemiológico da Tuberculose em Codó Maranhão

Raimundo dos Santos Marcolino¹

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Campinas, SP

Graciele Paraguaia Silveira²

Departamento de Física, Química e Matemática, UFSCar, Sorocaba, SP

1 Introdução

A tuberculose é uma doença infecciosa causada por uma bactéria que afeta principalmente os pulmões, em geral causada por uma infecção por *Mycobacterium Tuberculosis* ou *Bacilo de Koch (BK)*. O Brasil faz parte do grupo dos 22 países de alta carga priorizados pela Organização Mundial da Saúde (OMS), concentrando 80% dos casos de tuberculose no mundo. O município de Codó, localizado no estado do Maranhão, apresenta um dos mais altos índices de prevalência da doença no estado, o que motivou o início desse estudo.

Um dos objetivos desse trabalho foi estudar um modelo matemático epidemiológico do tipo SIS (Suscetível-Infetado-Suscetível), sem dinâmica vital, com a população subdividida em suscetíveis e infectados [2]. Dados reais relacionados à doença presente na cidade de Codó foram utilizados na obtenção de parâmetros e para análise de soluções.

2 Simulação com dados reais de Codó Maranhão

O modelo *SIS* é descrito pelo seguinte sistema de equações diferenciais não lineares

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = -\beta SI + \alpha I \\ \frac{dI}{dt} = \beta SI - \alpha I \end{cases}, \quad (1)$$

onde $S(t)$ e $I(t)$ denotam respectivamente as proporções de indivíduos suscetíveis e infectados, β a taxa de transmissão da infecção da doença e α a taxa de retorno dos infecciosos ao grupo dos suscetíveis. Uma solução para o número de infectados é dada por

$$I(t) = \frac{(\beta N - \alpha)I_0 e^{(\beta N - \alpha)t}}{\beta S_0 - \alpha + \beta I_0 e^{(\beta N - \alpha)t}}, \quad (2)$$

onde I_0 representa as proporções iniciais de indivíduos infectados.

Para obter a solução numérica do modelo (SIS) com dados reais de Codó Maranhão foi necessário determinar os parâmetros α e β . Em [1] o autor considerou $\beta = \frac{I}{N}$, onde N é o número total da população suscetível à infecção.

¹raimundo.marcolino@ifma.edu.br

²gracimat@gmail.com

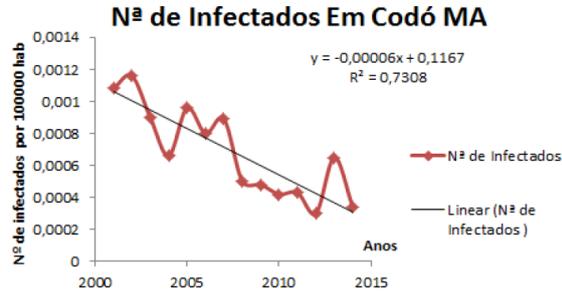


Figura 1: Ajuste Linear.

A partir de dados do IBGE [3], um ajuste linear foi implementado para estimar os parâmetros β e α (Figura 1). O coeficiente angular da reta de ajuste, $\frac{dI}{dt} = -6.10^{-5}$, determina a variação da população dos infectados no tempo t . Considerando os valores médios $I/10^5 \text{ hab}$, $S/10^5 \text{ hab}$ e β , obtém-se do sistema (1) $\alpha = 0,0889154$.

Substituindo I , S e os parâmetros α e β na expressão (2), e fazendo $N = 1$ uma vez que a população de Codó é constante no modelo, encontramos como solução

$$I(t) = 67,9999955e^{-0,0883254t}. \quad (3)$$

Considerando $N \cong S$, ou seja, todas as pessoas da população são suscetíveis a doença e fazendo $\frac{dI}{dt} > 0$ no sistema (1) obtemos $R_0 = \frac{\beta}{\alpha}$, donde $R_0 = 0,0066355$.

3 Conclusão

Neste trabalho analisamos um modelo matemático epidemiológico SIS através de sistemas de equações diferenciais não lineares, para diagnosticar o comportamento dos casos de tuberculose em Codó Maranhão. Com a análise dos casos confirmados de tuberculose, foi possível obter os parâmetros α e β .

Assim determinamos o número de reprodução basal $R_0 < 1$ que significa que o número de infectados está decrescendo. Portanto, a tuberculose está sendo erradicada, embora essa tendência pareça ainda ser lenta.

Referências

- [1] N. J. Gay, A Model of Long-Term Decline in the Transmissibility of an Infectious Disease: Implications for the Incidence of Hepatitis A, *Int. J. Epidemiol.*, 25:854–861, 1996.
- [2] L. A. Soares, Modelagem alternativa para sistemas epidemiológicos. Dissertação de Mestrado, UFABC, (2010).
- [3] BRASIL, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Disponível em <http://downloads.ibge.gov.br/downloads-estatisticas.htm>.