Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Projeto de Controle de Caos Aplicado a uma Estrutura com Comportamento Caótico

Fábio Roberto Chavarette[1]
Lucas Zanovello Tahara[2]
Mara Lucia Martins Lopes[3]
Departamento de Matemática, FEIS, UNESP, Ilha Solteira, SP
Douglas da Costa Ferreira[4]
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Pato Branco, PR

Resumo. Neste trabalho aborda-se o problema de controle de comportamento caótico em sistemas sendo este utilizado em diversas áreas de conhecimento. O estudo de caos consiste em pequenas mudanças no início de um evento que podem causar consequências, o que torna o seu controle um assunto muito interessante. Várias técnicas de controle são citadas e utilizadas na literatura. O sistema que utilizamos é um absorvedor dinâmico de vibrações acoplado a um motor desbalanceado que causa uma instabilidade caótica no sistema. Com o objetivo de minimizar essas vibrações no sistema foi aplicado a técnica do controle linear ótimo para reduzir o movimento oscilatório do sistema a um ponto estável. A técnica de controle se mostrou eficiente para este problema.

Palavras-chave. Caos, Controle Linear Ótimo, Sistema Desbalanceado.

1 Introdução

O estudo do comportamento caótico em sistemas tem sido abordado por vários autores em várias áreas do conhecimento [1], como sincronização [2], criptografia [3] e controle [2]. Na área de controle de caos vários métodos para se realizar o controle foram propostos [2, 4, 5] com o objetivo de se eliminar o comportamento caótico tornando o sistema com um movimento periódico, ou alterando-se o movimento para um ponto ou trajetória desejada. Dentre as estratégias de controle com realimentação a mais popular é o método OGY [4]. Outra metodologia baseada na aplicação da transformação de Lyapunov-Floquet, foi proposta por [5], a fim de resolver este tipo de problema. Este método permite direcionar o movimento caótico a qualquer órbita periódica desejada ou a um ponto fixo. É baseado na linearização das equações, que descrevem o erro entre as trajetórias reais e desejadas. Outra técnica foi proposta em [2] onde foi encontrado as

[1] fabioch@mat.feis.unesp.br
[2] lucaszanov@gmail.com
[3] mara@mat.feis.unesp.br
[4] douglascfeng@gmail.com

 © 2017 SBMAC

condições que garantem a aplicação do controle linear em sistemas não lineares, sendo esta técnica aplicada em várias áreas com sucesso [6, 11].

Uma área que vem crescendo é a de sistemas não ideais, sendo quando uma excitação é influenciada pela resposta do sistema. Várias contribuições ao estudo de problemas não ideais são apresentadas na literatura [7]. Neste trabalho, foi utilizado o modelo de um amortecedor de massa sintonizada [8] acoplado a um motor não ideal [7], o qual causa vibrações excessivas ao sistema. Como forma de controlar essas vibrações neste trabalho é proposto o controle linear ótimo o qual reduz as vibrações do sistema a um ponto estável [2].

2 Modelo

Absorvedores de vibrações são sistemas que buscam amenizar perturbações periódicas de natureza mecânica à que uma estrutura pode estar sujeita. Eles se baseiam no princípio de que os movimentos de outro corpo menor têm a capacidade de anular essas vibrações. As oscilações do elemento maior são transmitidas para o menor por meio de um elemento de ligação e, devido à diferença de fase, esse membro de conexão provoca forças de reações nos dois corpos e dissipa a energia da vibração, além de diminuir a amplitude do movimento [10].

Podemos citar alguns exemplos de aplicação desse dispositivo em navios, aeronaves, carros, estradas de ferro e, principalmente, em construções como pontes e prédios. As vibrações podem ter causas diversas como: a natureza (ondas, ventos fortes, terremotos), motores que funcionem dentro da estrutura, o transito de veículos próximo ou sobre a mesma, entre outros [10].

Neste trabalho utilizaremos o modelo do amortecedor de massa sintonizado considerando um acoplamento linear composto de uma massa e uma mola [8]. Como forma de provocar perturbações excessivas ao sistema, acoplaremos um motor desbalanceado, caracterizando o sistema como um sistema não ideal [7]. Assim as equações são dadas por:

$$
\begin{aligned}
m_1\ddot{x}_1 + k_1x_1 - k_2(x_1 - x_2) &= d(\dot{z}^2\cos z + \ddot{z}\sin z)\\
m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) &= 0\\
\ddot{z} + b\dot{z} &= r\ddot{x}_1\sin z + a
\end{aligned}
\tag{1}
$$

m_1, k_1 e c_1 são a massa, rigidez e amortecimento do sistema principal, respectivamente; m_2, k_2 e c_2 a massa, rigidez e amortecimento do amortecedor de massa sintonizado (AMS), respectivamente; x_1 o deslocamento do sistema principal em relação à base e x_2 o deslocamento da massa do AMS em relação à base. A posição angular z é a resposta da excitação não ideal, a e b são torques constantes do motor, r é a distância da massa desbalanceada ao centro do motor de corrente contínua, e d está relacionado ao momento de inércia do sistema. Todos os parâmetros são, por motivos dimensionais, constantes e positivos.

Reescrevendo as equações do sistema dinâmico na forma de estado, fazendo $y_1 = x_1$, $y_2 = \dot{x_1}$,$y_3 = x_2$, $y_4 = \dot{x_2}$, $y_5 = z$ e $y_6 = \dot{z}$, então:

 © 2017 SBMAC

$$\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= y_2,\\
\dot{y}_2 &= -\frac{-k_1y_1 - k_2(y_1-y_3) + dy_6^2cos(y_5) + dsin(y_5)(a-by_6)}{m_1 - dr(sin^2y_5)}\\
\dot{y}_3 &= y_4,\\
\dot{y}_4 &= -\frac{k_2}{m_2}(y_3-y_1),\\
\dot{y}_5 &= y_6,\\
\dot{y}_6 &= \frac{rsin(y_5)(-k_1y_1 - k_2(y_1-y_3)) + dy_6^2rcos(y_5)sin(y_5) + drsin(y_5)^2}{m_1 - dr(sin^2(y_5))}\\
&\quad + \frac{(m_1 - dr(sin^2(y_5)))(a-by_6)}{m_1 - dr(sin^2(y_5))}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Onde y_1 e y_2 são a velocidade e o deslocamento do amortecedor de massa sintonizado, y_3 e y_4 são a velocidade e deslocamento do oscilador linear e y_5 e y_6 são a velocidade e deslocamento da excitação não ideal, que neste caso é o torque resultante de um motor de corrente contínua que impõe a excitação não-ideal, de acordo com a posição angular da massa em rotação desequilibrada.

Os parametros adimensionais utilizados nas simulações numéricas são $m_1 = 1, m_2 = 0.05, k_1 = 0.5$, $k_2 = 0.02$ para o amortecedor de massa sintonizado acoplado ao oscilador linear [8] e $a = 5$, $b = 1.5$, $r = 0.3$, $d = 0.2$ para a excitação não ideal [11].

3 Projeto de Controle

Aplicando a teoria proposta por [2], podemos projetar o controlador como segue:

$$\begin{aligned}
m_1\ddot{x}_1 + k_1x_1 - k_2(x_1-x_2) + U &= d(\dot{z}^2\cos z + \ddot{z}\sin z)\\
m_2\ddot{x}_2 + k_2(x_2-x_1) &= 0\\
\ddot{z} + b\dot{z} &= r\ddot{x}_1\sin z + a
\end{aligned} \tag{3}$$

A função de controle U é $\dot{x} = Ax + g(x)$, onde $A \in R^{nxn}$ é uma matriz constante, $g(x)$ é vetor, cujos elementos são funções contínuas. Reescrevendo o sistema na forma de espaço de estados, temos:

$$\begin{aligned}
\dot{y}_1 &= y_2 + U,\\
\dot{y}_2 &= -\frac{-k_1y_1 - k_2(y_1-y_3) + dy_6^2cos(y_5) + dsin(y_5)(a-by_6)}{m_1 - dr(sin^2y_5)}\\
\dot{y}_3 &= y_4,\\
\dot{y}_4 &= -\frac{k_2}{m_2}(y_3-y_1),\\
\dot{y}_5 &= y_6,\\
\dot{y}_6 &= \frac{rsin(y_5)(-k_1y_1 - k_2(y_1-y_3)) + dy_6^2rcos(y_5)sin(y_5) + drsin(y_5)^2}{m_1 - dr(sin^2(y_5))}\\
&\quad + \frac{(m_1 - dr(sin^2(y_5)))(a-by_6)}{m_1 - dr(sin^2(y_5))}.
\end{aligned} \tag{4}$$

sendo

$$B = \begin{pmatrix} 1\\1\\1\\1\\1\\0 \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} x_1 - \tilde{x}_1\\ x_2 - \tilde{x}_2\\ x_3 - \tilde{x}_3\\ x_4 - \tilde{x}_4\\ x_5 - \tilde{x}_5\\ x_6 - \tilde{x}_6 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} 0\\0\\0\\0\\0\\0 \end{pmatrix}$$

$$Q = 1.8 * I_6$$

e

 © 2017 SBMAC

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 16 \\ -0.63 & 0 & 0.03 & 0 & -1.23 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & -0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01 & 0 & 0 & 1 \\ -0.26 & 0 & 0 & 0 & 0.39 & -1.5 \end{pmatrix}$$

onde a controlabilidade da matriz R do sistema para o par $[A, B]$ é obtida por $R = [B|AB|A^2B|A^3B|A^4B|A^5B]$.

Assim, $R = (1)$. Em seguida, a matriz $P(t)$ é dada por

$$P = \begin{pmatrix} 2.6698 & 1.5628 & -0.3787 & 4.2590 & -7.3311 & 9.1168 \\ 1.5628 & 10.5917 & -1.1243 & 9.3239 & -22.8771 & 9.4923 \\ -0.3787 & -1.1243 & 7.2619 & -0.8481 & -2.9246 & -12.8003 \\ 4.2590 & 9.3239 & -0.8481 & 19.1785 & -33.1557 & 15.7755 \\ -7.3311 & -22.8771 & -2.9246 & -33.1557 & 72.9003 & -20.3974 \\ 9.1168 & 9.4923 & -12.8003 & 15.7755 & -20.3974 & 84.2580 \end{pmatrix}$$

e o controle ótimo

$u = 0.5836x_1 + 1.8427x_2 + 1.5072x_3 + 0.8366x_4 + 5.1176x_5 + 1.5605x_6$.

As trajetórias do sistema podem ser vistas nas Figuras 1 e 2. Segundo a verificação de controle ótimo [9], sua função é numericamente calculada por $L(t) = y^T\tilde{Q}y$, onde $L(t)$ é definida positiva.

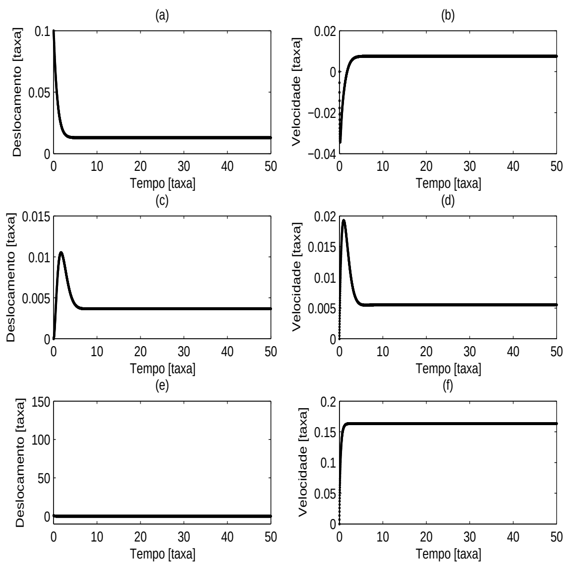

Figura 1: Histórico no tempo do sistema controlado. (a) velocidade do amortecedor de massa sintonizado; (b) o deslocamento do amortecedor de massa sintonizado; (c) velocidade do oscilador linear; (d) deslocamento do oscilador linear; (e) a velocidade para a excitação não ideal, e (f) o deslocamento para a excitação não ideal

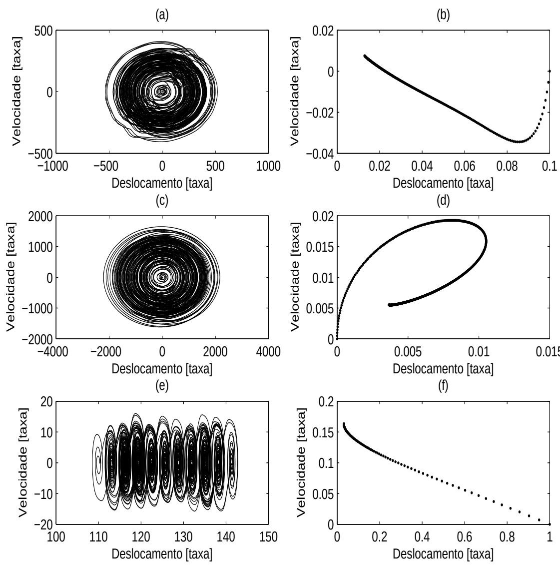

Figura 2: Retrato de Fase.(a) Amortecedor de massa sintonizado não controlado; (b) Controlado; (c) Oscilador Linear Não Controlado; (d) Controlado; (e) Motor Não Ideal Não Controlado e (f) Controlado

4 Conclusões

Neste trabalho foi proposto um controle de vibrações de um amortecedor de massa sintonizado acoplado a um oscilador linear e a uma fonte de excitação não ideal, sendo que a fonte não ideal originou a presença de caos no sistema. A técnica de controle linear ótimo foi aplicada ao sistema com o objetivo de solucionar as vibrações excessivas e eliminar o comportamento caótico conduzindo as oscilações a um ponto estável. Os resultados mostram que o controlador proposto resolveu o problema com eficiência.

Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte financeiro a Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP Proc No. 2014/16807-3 e 2014/23102-6) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Cientifico e Tecnologico (CNPq Proc No. 301769/2012-5). Ao Laboratório de Sistemas Complexos (Sisplexos) pelo espaço físico cedido para o desenvolvimento do projeto.

Referências

[1] A. Molter, M. Rafikov, Controle ótimo em agroecossistemas usando SDRE, *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, 12-3: 221–232, 2011. DOI:10.5540/tema.2011.012.03.0221.

 © 2017 SBMAC

[2] M. Rafikov, J. M. Balthazar, On control and synchronization in chaotic and hyperchaotic system via linear control feedback. *Communication on Nonlinear science and numerical simulation*, 1397: 1246-1255, 2008. DOI:10.1016/j.cnsns.2006.12.011.

[3] F. Dachselt, W. Schwarz W.. Chaos and cryptography[J]. *IEEE Trans. Circuits Syst. I* ,48-12:1498-1508, 2001 10.1109/FTCSI.2001.972857.

[4] E. Ott, C. Grebogi, J. A. Yorque, Controlling Chaos, *Phys. Rev. Lett.* 66:1196–1199, 1990. DOI:10.1103/PhysrevLett.64.1196.

[5] S.C. Sinhá, J.T. Henrichs, B.A. Ravindra, B.A., A General Approach in the Design of active Controllers for Nonlinear Systems Exhibiting Chaos. *Int. J. Bifur. Chaos*, 10-1: 165–178, 2000.

[6] F.R. Chavarette, Control design applied to a non-ideal structural system with behavior chaotic. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 86-3:487-500, 2013., **doi:** 10.12732/ijpam.v86i3.3.

[7] V.O. Kononenko, *Vibrating Systems with Limited Power Supply*, Illife Books, London, 1969.

[8] R. Viquié , G. Kerschen. Nonlinear vibration absorber coupled to a nonlinear primary system: A tuning methodology. *Journal of Sound and Vibration*, 326:780–793, 2009. DOI: 10.1016/j.jsv.2009.05.023.

[9] Ćanin, L. Dynamics of the non-ideal mechanical systems: a review. *Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics*, 4-2:75-86, 2010.

[10] H. Frahm, Adevice for damping vibrations of bodies,US Patent 989958,(1911).

[11] D.G.Ferreira, F.R.Chavarette, N.J. Peruzzi. Linear matrix inequalities control driven for non-ideal power source energy harvesting. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics (Warsaw)*, 53-3:605–616, 2015. DOI: 10.15632/jtam-pl.53.3.605

 © 2017 SBMAC