

Resolução de Problema de Espalhamento de Onda em Diferentes Meios com MEFG

Kaio Fábio de O.Santos¹

Engenharia Mecânica, IFES, Vitória, ES

Renan C. da Silva²

Engenharia Mecânica, IFES, São Mateus, ES

Werley G. Facco³

Coordenadoria de Formação Geral, IFES, São Mateus, ES

Alex S. de Moura⁴

Departamento de Economia, UFJF, Governador Valadares, MG

Resumo: Neste trabalho, o Método dos Elementos Finitos Generalizados com enriquecimento por ondas planas será utilizado para resolver um problema de propagação de ondas, com diferentes materiais e um condutor perfeito (PEC) em um dos subdomínios.

Palavras-chave: *Método de Elemento Finito Generalizado, Espalhamento de onda.*

1 Introdução

O Método dos Elementos Finitos Generalizados (MEFG) com enriquecimento por ondas planas tem se mostrado adequado para lidar com os problemas de propagação e espalhamento de ondas, inclusive onde o domínio é formado por regiões de diferentes materiais e truncado por uma superfície PEC. Para garantir a continuidade entre os diferentes meios, utiliza-se os Multiplicadores de Lagrange (ML) [1]. Neste trabalho, o MEFG com ML [1, 2] será aplicado a um problema de propagação e espalhamento de onda e os resultados alcançados serão validados em relação aos valores obtidos através do Método dos Elementos Finitos (MEF).

2 Formulação

Nesta aplicação, deseja-se resolver um problema bidimensional de propagação de onda em um domínio quadrado Ω , decomposto em dois subdomínios Ω_a e Ω_b conectados por uma interface Γ em $x = 0$. Além disto, o subdomínio Ω_b é truncado por uma superfície PEC circular (condutor perfeito) de centro $(5/2, 0)$ e raio, $r_o = (25/3)\lambda_0$, onde $\lambda_0 = 0,15m$, Fig. 1(b). Especificamente, considera-se a excitação transversal do campo elétrico TE_z e deseja-se encontrar a componente z do campo magnético que satisfaz a equação de Helmholtz no domínio computacional, a condição Robin nas fronteiras Γ_a e Γ_b formadas pelos lados do quadrado e a condição de contorno Neumann sobre o espalhador, Equação (1).

¹kaiofabio.98@gmail.com

²rcoswoskdasilva@gmail.com

³werleyfacco@ifes.edu.br

⁴alexsmoura100@gmail.com

$$\frac{\partial u_a}{\partial r} = 0 \quad \text{para } r = r_o \quad (1)$$

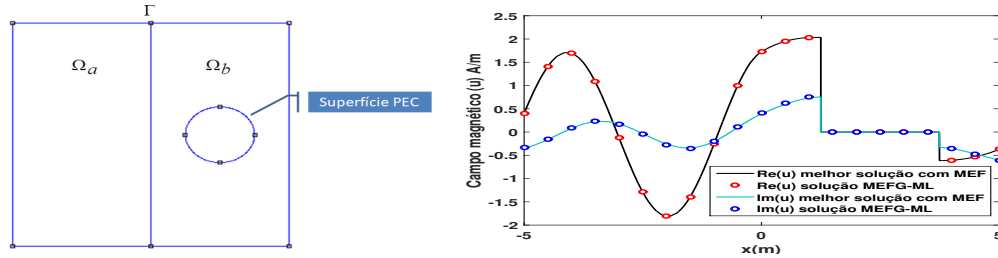


Figura 1: (a) Domínio Ω e (b) Parte real e imaginária do campo magnético aproximado.

2.1 Resultados e discussão

Nesta seção, serão apresentados e analisados os resultados obtidos através do MEFG com ML. Considerou-se neste teste, um domínio computacional quadrado $-5 \leq x, y \leq 5$, onde uma onda de amplitude unitária com ângulo de incidência $\theta_I = 15^\circ$ em Ω_a ($k_a = \pi$) move-se para Ω_b ($k_b = \pi/2$). Neste caso, o domínio foi discretizado com uma malha de 440 elementos e 266 nós. Para analisar a convergência do MEFG a precisão do modelo é medida pelo erro na norma $L_2(\Omega)$ sobre a linha $C_x = \{(x, y) | y = 0, -5 \leq x \leq 5\}$, [1]. Dezoito ondas planas são usadas para enriquecer as funções de forma do MEF. A Fig. 1(b) mostra a parte real e imaginária do campo magnético aproximado numericamente pelo MEF e pelo MEFG com o ML e $q = 6$ diferentes direções de ondas planas ao longo de C_x .

3 Conclusões

Os resultados apresentados, demonstram a eficiência do MEFG com ML frente ao MEF. Para obter bons resultados, foram necessários no MEF 10.210 e no MEFG com ML 4.788 graus de liberdade, o que representa uma redução de aproximadamente 84%.

Agradecimentos

Esse trabalho possui suporte em parte pela FAPES, FAPEMIG, CNPq e CAPES.

Referências

- [1] W. G. Facco, E. J. Silva, R. Adriano, A. S. Moura and N. Z. Lima. Handling material discontinuities in a nonconforming generalized finite element method to solve wave propagation problems, *Microwave and Optical Technology Letters*, 54: 2709–2716, 2012. DOI: 10.1002/mop.27166.
- [2] T. Strouboulis, I. Babuska and R. Hidajat. The generalized finite element method for Helmholtz equation: Theory, computation, and open problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195: 4711–4731, 2006. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2005.09.019>.