

Uma introdução a Geometria Esférica

Anderson Eiji Yamasaki ¹

PROFMAT-UFMS

Rubia Mara de Oliveira Santos ²

Instituto de Matemática, UFMS

A geometria euclidiana possui como pilar os cinco famosos postulados de Euclides e discutindo-se acerca do quinto postulado, o postulado das paralelas, Giovanni Saccheri (1667 - 1733), matemático italiano, se empenhou em encontrar contradições em geometrias onde tal postulado não fosse válido, levando alguns matemáticos como Lobachevski, Bolyai Gauss e Reimann ao aprofundamento desse estudo e trazendo importantes resultados para a Matemática e a Física. Ao invalidar o quinto postulado de Euclides, origina-se a Geometria Não Euclidiana, a qual afirma que por um ponto fora de uma reta não passa nenhuma paralela, criando-se a Geometria Elíptica. Com a Geometria Esférica como caso particular, de curvatura positiva, o que implica em uma superfície finita, fechada em si mesma, como a superfície de uma esfera, ou de um elipsóide. Por outro lado, se por um ponto fora de uma reta passam pelo menos duas retas paralelas, tem-se a Geometria Hiperbólica, em que a curvatura é negativa, formando a superfície do que lembra uma sela de montaria como uma de suas superfícies de estudos, possuindo outras superfícies possíveis. [1, 2, 5]

A superfície esférica é o plano na Geometria Esférica, conforme Figura 1, em que são necessários somente dois pontos de sua superfície para sua determinação (latitude e longitude, por exemplo), sendo assim uma superfície bidimensional, como o plano comum da geometria euclidiana. [3]

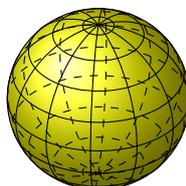


Figura 1: Superfície da geometria esférica (Esfera)

Uma reta da superfície esférica é o círculo formado pela intersecção do plano que contém dois pontos dados e o centro da esfera com a superfície esférica considerada, ou seja, é a maior circunferência que pode ser traçada passando por dois pontos dados, com isso não havendo retas distintas que sejam paralelas. Logo duas retas distintas possuem sempre dois pontos de intersecção, chamados de antípodas, que são diametralmente opostas. [4]

Na intersecção de duas retas tem-se o ponto A e considerando uma terceira reta que não passe por A, gera-se uma região entre as três retas, chamada de triângulo esférico. No triângulo esférico tem-se que a soma dos ângulos internos é maior que 180° e menor que 540° , com uma classificação dependente do número de ângulos retos existentes em seus vértices ou com relação aos seus lados.

Com a negação do quinto postulado de Euclides, o postulado das paralelas, observou-se a possibilidade de uma superfície não possuir retas que sejam paralelas, criando-se a Geometria

¹ander.06@gmail.com

²rubia.oliveira@ufms.br

Esférica. Nessa Geometria, o conceito de reta é idêntico ao da Geometria Euclidiana, dois pontos distintos definem uma única reta, porém são círculos máximos da superfície. Com isso pode-se desenvolver a interdisciplinaridade com a Matemática e a Geografia, apresentando aos estudantes a oportunidade de conhecer uma Geometria diferente da proposta por Euclides. Simulando uma bola de isopor com o formato do planeta Terra, será possível apresentar alguns conceitos da Geometria Não Euclidiana. Dessa forma, foi proposta uma atividade didática aos professores de Matemática para serem aplicadas aos alunos, presente na dissertação de mestrado [5], no objetivo de alinhar o conhecimento de uma Geometria, facilitando o poder de abstração por meio de objetos concretos.

A atividade se baseia em identificar alguns elementos da Geometria Esférica, com a utilização de uma bolinha de isopor e tiras de elásticos, mostrando duas retas da geometria em estudo e observando que os pontos de cruzamento entre elas delas são diametralmente opostos, conforme Figura 2, definindo-os como antípodas. Considerando uma terceira reta que não passe pelo ponto de encontro das duas anteriores gera-se um triângulo esférico, conforme Figura 3.



Figura 2: Retas na geometria esférica.



Figura 3: Triângulo esférico.

Conclui-se a razão de não haver retas paralelas nessa Geometria, definindo alguns de seus elementos fundamentais, que possui propriedades distintas da Geometria Euclidiana, em que, com análise mais crítica pode-se comparar essa superfície com o globo terrestre, relacionando o conteúdo com a Geografia e os pontos no globo.

Agradecimentos

Pelo incentivo à pesquisa científica, agradecemos a Universidade Federal de Mato Grosso do Sul pela oportunidade de ampliar e estimular o conhecimento na área da Matemática.

Referências

- [1] Devito, A., De Freitas, A. K., Pereira, K. C. Geometrias Não Euclidianas, Artigo, UNICAMP, São Paulo, 2006. Disponível em: <https://www.ime.unicamp.br/~eliane/ma241/trabalhos/nao_euclidiana>. Acessado em 13 de junho de 2021.
- [2] Perez, C. M. Fundamentos de geometria hiperbólica, Dissertação de Mestrado, PROFMAT - UNESP, São Paulo, 2015.
- [3] Thomaz, M. L.; Franco, V. S. Geometria não euclidiana - Geometria esférica, Paraná, 2008. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/233-4.pdf>>. Acessado em 13 de junho de 2021.
- [4] Toledo, M. L. Uma abordagem sobre a geometria não euclidiana para o ensino fundamental. Dissertação de Mestrado, UNESP, São Paulo, 2018.
- [5] Yamasaki, A. E. Geometria Euclidiana: Poliedros de Platão e Introdução a Geometria não euclidiana, Dissertação de Mestrado, PROFMAT - UFMS, Mato Grosso do Sul, 2020.