

# Um Método de Volumes Finitos Não-Linear Baseado em Pontos Harmônicos para a Simulação de Escoamentos Bifásicos em Reservatórios de Petróleo

Álvaro C. Santos<sup>1</sup>

NT-CAA/UFPE, Caruaru, PE

Darlan K. E. Carvalho<sup>2</sup>

DEMEC/UFPE, Recife, PE

Paulo R. M. Lyra<sup>3</sup>

DEMEC/UFPE, Recife, PE

Fernando R. L. Contreras<sup>4</sup>

NT-CAA/UFPE, Caruaru, PE

A modelagem do escoamento multifásico e multicomponente de escoamentos em reservatórios de petróleo compreende um conjunto de fenômenos físicos bastante complexo e de difícil modelagem física e matemática, assim como numérico-computacional [1,3]. As falhas geológicas podem gerar descontinuidades em propriedades físicas, tais como porosidade e permeabilidade. Essas descontinuidades e a deposição das camadas sedimentares podem gerar direções preferenciais do escoamento de fluidos. Desta forma, os reservatórios devem ser tratados como sistemas anisotrópicos fazendo uso de tensores de permeabilidade completos (Full Tensor) [1]. Tais características dificultam tanto a análise matemática, quanto a análise numérica dos processos envolvidos no escoamento de fluidos nas rochas do reservatório. Assim, o uso da modelagem computacional, tem se tornado uma ferramenta amplamente utilizada na simulação de reservatórios de petróleo. Basicamente, essa modelagem computacional envolve algum método numérico para a solução de um sistema de equações diferenciais parciais não-lineares mais ou menos acopladas, cuja solução analítica somente é conseguida nos casos mais simples e com geometrias muito simplificadas. Assim, para tratar adequadamente as características complexas dos reservatórios é necessário técnicas computacionais sofisticadas e formulações numéricas mais robustas e acuradas.

As equações que descrevem o fluxo bifásico de óleo e água em reservatórios de petróleo têm um operador elíptico com um coeficiente de difusão, que geralmente é heterogêneo e altamente anisotrópico. Nesse sentido, é preciso propor formulações mais precisas e confiáveis que representem adequadamente as propriedades geológicas. De acordo com [2,4,6] um método numérico ideal para a discretização do operador elíptico, como a equação de pressão, deveria atender, pelo menos, os seguintes critérios: ser localmente conservativo, preservar soluções positivas sempre que for o caso ou atenda o Princípio Máximo Discreto (DMP) e deve preservar a linearidade. Adicionalmente, deve ser de segunda ordem de acurácia para malhas poligonais quaisquer e na presença de tensores de permeabilidade cheios. A falha em satisfazer a preservação da positividade das soluções pode levar a oscilações espúrias no campo de pressão que podem gerar o aparecimento de gás espúrio nas regiões do reservatório onde a pressão cai erroneamente abaixo do ponto de bolha. Além disso,

---

<sup>1</sup>alvarocordeiro1597@gmail.com

<sup>2</sup>dkarlo@uol.com.br

<sup>3</sup>prmlyra@padmec.org

<sup>4</sup>ferlicapac@gmail.com

desses campos de pressão errôneas podem associar velocidades de Darcy não-físicas. Nos últimos anos, diferentes métodos de volume finito não linear foram propostos na literatura [4–7]. Alguns deles garantem formalmente a positividade das soluções e outros atendem ao Princípio Máximo Discreto (DMP), mesmo para problemas envolvendo tensores de permeabilidade heterogêneos e levemente anisotrópicos utilizando malhas poligonais em geral [4, 7].

No presente trabalho, para resolver as equações governantes, implementamos uma formulação localmente conservativa usando um procedimento IMPES (Saturação Explícita à Pressão Implícita). Onde a equação da pressão é resolvida por meio de um método de volume finito não linear, este método foi baseado no trabalho de [7], onde a variável pressão esta centrada na célula e as variáveis auxiliares são localizadas nos pontos harmônicos das interfaces da malha computacional e eles são interpolados utilizando uma média ponderada cujos pesos são positivos. Este método fornece soluções monótonas e reproduz soluções lineares por partes mesmo para malhas muito distorcidas e reservatórios com geologias bastante complexas. Para a discretização da equação de saturação, utilizamos um método de baixa ordem centrado nas células que também garante a positividade da variável saturação. Para validar a metodologia proposta, resolvemos alguns problemas *benchmarks* encontrados na literatura.

## Agradecimentos

Agradecemos a Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e CENPES-PETROBRAS (SIGER - Rede Petrobras de Simulação e Gerenciamento de Reservatórios de Petróleo).

## Referências

- [1] CARVALHO, D. K. E. de. Uma Formulação do Método dos Volumes Finitos com Estrutura de Dados por Aresta para a Simulação de Escoamentos em Meios Porosos. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Pernambuco, 2005.
- [2] CONTRERAS, F. R.; LYRA, P. R.; CARVALHO, D. K. A new multipoint flux approximation method with a quasi-local stencil (MPFA-QL) for the simulation of diffusion problems in anisotropic and heterogeneous media. *Applied Mathematical Modelling*, 70, 659–676, 2019.
- [3] EWING, R. E. *The mathematics of reservoir simulation*. SIAM, 1983.
- [4] GAO, Z.; WU, J. A small stencil and extremum-preserving scheme for anisotropic diffusion problems on arbitrary 2d and 3d meshes. *Journal of Computational Physics*, Elsevier, v. 250, p. 308-331, 2013.
- [5] LE POTIER, C. Schema volumes finis monotone pour des operateurs de diffusion forte-ment anisotropies sur des millages de triangle nonstructures, *C. C. Acad. Sci, Paris*, I341: 787–792, 2005.
- [6] LIPNIKOV, K., SHASHKOV, M., SVYASTSKIY, D. & VASSILEVSKI, Y. Monotone finite volume schemes for diffusion equations on unstructured triangular and shape-regular polygonal meshes. *Journal of Computational Physics*, 227(1):492–512, 2007.
- [7] SHENG, Z.; YUAN, G. The finite volume scheme preserving extremum principle for diffusion equations on polygonal meshes. *Journal of computational physics*, Elsevier, v. 230, n. 7, p. 2588-2604, 2011.