Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 8, n. 1, 2021.

Trabalho apresentado no XL CNMAC, Evento Virtual - Co-organizado pela Universidade do Mato Grosso do Sul (UFMS).

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Um modelo matemático para o vírus 2019-nCoV com uma nova derivada controlada $\mathcal{D}^{\alpha,q}$

Ian L. Santana[1]
DCET/UESB, Vitória da Conquista, BA
Luizdarcy de M. Castro[2]
DCET/UESB, Vitória da Conquista, BA
Fernando dos S. Silva[3]
DCET/UESB, Vitória da Conquista, BA

1 Introdução

Desde meados da década de 1990 que diferentes modificações da derivada de Newton-Leibniz tem atraído pesquisadores interessados em equações diferenciais mais abrangentes do que a abordagem com a derivada clássica [5]. Após 2014, novas derivadas têm sido propostas na forma de limites do tipo quociente de Newton modificados. Desde então, as derivadas controladas ou conformes [4] têm maior visibilidade na literatura: a T^α de Khalil [6], f^α de Katugampola [3], derivada M de Souza e Oliveira [7], etc., e, mais recente, a derivada N de Guzmán [10].

Zhao e Luo (2017) propõem uma generalização do conceito de derivada controlada; como segue:

$$Q^\alpha f(x) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{f(x + \varepsilon \Psi(x,\alpha)) - f(x)}{\varepsilon}, \tag{1}$$

para $x > 0$, $\alpha \in (0,1]$ e $\Psi : \mathbb{R}^+ \times (0,1] \to \mathbb{R}$ uma função que satisfaz $\Psi(\cdot,\alpha_1) \neq \Psi(\cdot,\alpha_2)$ onde $\alpha_1 \neq \alpha_2$. Intuitivamente, para cada escolha de Ψ, os incrementos da nova derivada são controlados por x e α. Dessa forma, considerando $\Psi(x,\alpha) = x^{1-\alpha}$, $\Psi(x,\alpha) = \frac{xe^{\varepsilon x^{-\alpha}} - x}{\varepsilon}$, $\Psi(x,\alpha) = \frac{x\mathbb{E}_\beta(\varepsilon x^{-\alpha}) - x}{\varepsilon}$ e $\Psi(x,\alpha) = e^{x^{-\alpha}}$ na Equação (1) recuperamos, respectivamente, as derivadas de Khalil, de Katugampola, de Souza e Oliveira e a de Guzmán.

Neste trabalho, primeiramente, apresentamos a nova derivada controlada $\mathcal{D}_Q^{\alpha,q}$ que generaliza a derivada N de Guzmán, utilizando $\Psi(x,\alpha) = e_q^{x^{-\alpha}}$ onde $q \in (0,1)$ e e_q^x é a função q-exponencial, a qual provém da mecânica estatística não-extensiva de Tsallis [8]. A nova definição parece ser uma extensão natural da derivada usual de ordem inteira. Introduzimos a definição da integral correspondente para a qual podemos provar o teorema fundamental do cálculo. Por fim, fazer a estimação de alguns parâmetros para um modelo matemático de ordem não inteira, que descreva a infecção pelo novo coronavírus (2019-nCoV) [1].

[1]ianlimasantana@gmail.com.
[2]luizdarcy.castro@uesb.edu.br.
[3]fssilva@uesb.edu.br.

2 Modelo matemático

O modelo matemático para o vírus 2019-nCoV é dado pelo sistema de equações, apresentado por [2], que descreve a evolução temporal da disseminação da doença:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} x' & = & \delta(1-x)x, \\ I' & = & -\mu I, \\ y' & = & -\lambda I y, \end{array} \right. \tag{2}$$

onde as variáveis são $x(t)$, $I(t)$ e $y(t)$, são indivíduos infectados, infectados retirados devido a quarentena e indivíduos suscetíveis, respectivamente. Os termos δ, μ e λ são constantes de proporcionalidade no modelo.

Estudaremos modelos do tipo controlados para a disseminação do novo coronavírus baseados na equação (2), isto é, equações na forma

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \mathcal{D}^{\alpha,q} x & = & \delta(1-x)x, \\ \mathcal{D}^{\alpha,q} I & = & -\mu I, \\ \mathcal{D}^{\alpha,q} y & = & -\lambda I y, \end{array} \right. \tag{3}$$

onde $0 < \alpha < 1$ e $\mathcal{D}^{\alpha,q}$ refere-se a nova derivada controlada, segundo nossa definição utilizada para este trabalho.

Com base nesse modelo (3) e nos dados reais publicados pela Organização Mundial da Saúde (OMS), serão estimados os parâmetros δ, μ e λ.

Referências

[1] Backer, J. A., Klinkenberg, D. and Wallinga, J. Incubation period of 2019 novel coronavirus (2019-nCoV) infections among travellers from Wuhan, China, 20–28 January 2020. *Eurosurveillance*, 2020. DOI: 10.2807/1560-7917.ES.2020.25.5.2000062.

[2] Boyce, William E., DiPrima, Richard C., Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno, Rio de Janeiro: LTC Editora, 2001.

[3] Katugampola, U. N. A new fractional derivative with classical properties. *J. Amer. Math. Soc.*, arXiv:1410.6535, 2014.

[4] Katugampola, U. N. Correction to "What is a fractional derivative?" by Ortigueira and Machado [Journal of Computational Physics, Volume 293, 15 July 2015, Pages 4–13. Special issue on Fractional PDEs], *J. of Comp. Physics*, 2016. DOI: 10.1016/j.jcp.2016.05.052.

[5] Kolwankar, K. M. Local fractional calculus: A review, arXiv:1307.0739, 2013.

[6] Khalil, R., Horani,M. A., Yousef, A. and Sababheh, M. A new definition of fractional derivative, *J. Comput. Appl. Math.*, 2014. DOI: 10.1016/j.cam.2014.01.002.

[7] Sousa, J. V. C. and Oliveira, E. C. On the local M-derivative, *Progr. Fract. Differ. Appl.*, 2018. DOI: 10.18576/pfda/040403.

[8] Tsallis, C. Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics, *J. Stat. Phys.*, 1988. DOI: 10.1007/BF01016429.

[9] Zhao, D. and Luo, M. General conformable fractional derivative and its physical interpretation, *Calcolo*, 2017. DOI: 10.1007/s10092-017-0213-8.

[10] Guzmán, P. M., Langton, G., Lugo, L. M., Medina, J. and Nápoles Valdés, J. E. A new definition of a fractional derivative of local type. Journal of Mathematical Analysis, 2018.