Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 8, n. 1, 2021.

Trabalho apresentado no XL CNMAC, Evento Virtual - Co-organizado pela Universidade do Mato Grosso do Sul (UFMS).

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelagem matemática aplicada em um problema didático do despacho hidrotérmico

Felipe de Oliveira Teixeira[1]
UNESPAR, Campo Mourão, PR
Gislaine Aparecida Periçaro[2]
Colegiado de Matemática/UNESPAR, Campo Mourão, PR
Heloísa Helena Casarini Silva[3]
UNESPAR, Campo Mourão, PR
Solange Regina dos Santos[4]
Colegiado de Matemática/UNESPAR, Campo Mourão, PR

A maior parte da produção de energia elétrica do Brasil é proveniente das usinas hidrelétricas, em virtude da grande quantidade de recursos hídricos que o país possui. Entretanto, a segunda principal fonte de energia que completa a demanda é fornecida pelas usinas termelétricas, que utilizam como combustível carvão mineral, óleo, gás natural, entre outros. O sistema que é composto principalmente por essas duas fontes, denomina-se de sistema *hidrotérmico*.

Considerando o fato de que as usinas hidrelétricas possuem uma grande capacidade de armazenamento de água, é necessário administrar o seu uso durante a produção de energia, pois o reabastecimento dos reservatórios depende estritamente de condições climáticas futuras. Sendo assim, esse trabalho tem como objetivo realizar um estudo de modelos matemáticos que visam planejar o funcionamento das usinas hidrelétricas da melhor maneira possível.

Todavia, nesse trabalho abordamos com maior ênfase o caso *determinístico*. Segundo Butyn (2017), problemas determinísticos são problemas de otimização nos quais todos os dados da função objetivo e das restrições são conhecidos. Em outras palavras, seria como se todas as afluências futuras fossem conhecidas, independentemente da quantidade de estágios considerados.

Para que o modelo se ajuste às condições reais de um sistema hidrotérmico, utilizamos estratégias operacionais das usinas hidrelétricas, como a quantidade de água a ser vertida (s_t) e/ou turbinada (q_t) e, também, a quantidade de energia a ser gerada pelas usinas termelétricas ($gt_{i,t}$). O modelo ainda deve atender algumas restrições, tais como o atendimento à demanda, as restrições das usinas e os limites das variáveis. Além disso, a quantidade de energia que as usinas hidrelétricas e termelétricas não produziram para suprir a demanda é denominada *déficit*.

Nesse sentido, para esse trabalho, consideramos um sistema proposto por Butyn (2017), o qual é constituído por uma usina hidrelétrica e quatro usinas termelétricas, com um horizonte de planejamento de dois meses. A função objetivo definida no modelo é composta pela soma dos custos associados às usinas termelétricas e pelo déficit para o horizonte de planejamento de dois meses. Existem três tipos de restrições no modelo, de modo que, as primeiras são denominadas de restrições de *balanço hídrico* e estão associadas a usina hidrelétrica, sendo responsáveis por indicar que a quantidade de água vertida e turbinada mais o volume final daquele estágio deve ser igual

[1]feholi99@gmail.com
[2]gpericaro@gmail.com
[3]helo171103@gmail.com
[4]solaregina@gmail.com

à afluência mais o volume inicial. Já no segundo tipo de restrição, chamada de *atendimento à demanda*, tem por finalidade designar que a quantidade de energia produzida pelas usinas termelétricas e hidrelétricas mais o déficit deve ser igual à demanda. Por fim, as últimas restrições estão relacionadas com os *limites das variáveis*, isto é, os volumes em cada estágio não podem exceder a capacidade máxima do reservatório, a vazão turbinada não pode ser maior do que a capacidade da usina, a geração de energia das usinas térmicas não podem exceder as suas respectivas capacidades e, por último, a não negatividade dos déficits associados à cada estágio.

É inviável resolver o problema sem o auxílio de *softwares* matemáticos, pois para apenas dois estágios, o vetor x resultante contém 16 variáveis. Sendo assim, considerando a afluência no primeiro estágio $a_1 = 150m^3/s$ e a afluência no segundo estágio $a_2 = 450m^3/s$, empregamos a função *linprog* do *software Matlab* para a resolução do problema, o qual forneceu um valor ótimo da função objetivo de $R\$$ $14.589, 63$. Entretanto, com o objetivo de analisar a sensibilidade do modelo em relação à afluência, nos questionamos: *"o que ocorreria se a_2, a afluência no segundo estágio, fosse $300m^3/s$ ao invés de $450m^3/s$?"* Substituindo esse valor e resolvendo novamente o problema, obtemos o novo custo operacional de $R\$$ $24.699, 26$, o que é consideravelmente maior do que o resultado obtido no primeiro problema. Isso aconteceu devido à necessidade de acionamento da usina termelétrica $UT4$, a qual tem maior o custo entre todas, que consideramos $R\$$ $80/MW$mês, enquanto as outras tem o custo de 10, 20 e $R\$$ $40/MW$mês (para $UT1$, $UT2$ e $UT3$, respectivamente).

Dessa maneira, podemos notar que não existe uma solução perfeita para todos os casos e, sendo assim, é essencial buscarmos uma solução que considere todas as possibilidades possíveis. Essa é a premissa para a introdução da abordagem estocástica, a qual discorremos brevemente a seguir.

Segundo Finardi, Decker e Matos (2013), para considerarmos todas as afluências possíveis para o estágio dois, devemos utilizar uma distribuição de probabilidade contínua, o que é praticamente inexecutável, visto que as integrais relacionadas ao problema exigem um grande esforço computacional. Sendo assim, a alternativa prática é discretizar a função de distribuição de probabilidade e, por conseguinte, gerar uma árvore de cenários com probabilidades equiprováveis.

Nesse contexto, inicialmente consideramos a função de distribuição de probabilidade da afluência no segundo estágio discretizada em dois valores equiprováveis, isto é, considerando a_2 como sendo $300m^3/s$ ou $450m^3/s$, ambos com probabilidade de ocorrência de 50%. O *software Matlab* novamente foi empregado para a resolução do mesmo e, por conseguinte, o valor ótimo obtido foi de $R\$$ $17.469, 63$. Esse resultado explicita a diferença entre os custos operacionais quando consideramos as duas afluências no segundo estágio no modelo.

Diante dos resultados obtidos, salientamos que, quando trabalhamos com a abordagem estocástica considerando as duas afluências no mesmo modelo, o custo operacional reduziu significativamente. Na literatura, o custo de $R\$$ $2.880, 00$ a mais quando inserimos a estocasticidade no modelo, é denominado de *custo de proteção*, isto é, o custo a ser pago para trabalhar com o fato de que a_2 pode ser tanto $300m^3/s$ quanto $450m^3/s$. Portanto, na prática, é muito mais rentável utilizar o modelo estocástico, pois caso a afluência no segundo estágio fosse $300m^3/s$ ao invés de $450m^3/s$ e estivéssemos trabalhando com o modelo determinístico, haveria um acréscimo de $R\$$ $10.109, 63$ no custo operacional.

Referências

[1] Butyn, E. Programação linear determinística e estocástica aplicada ao problema de despacho hidrotérmico, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, 2017.

[2] Finardi, E. C., Decker, B. U. and Matos, V. L. An introductory tutorial on stochastic programming using a long-term hidrothermal scheduling problem, *J Control Autom Electr Syst*, 24:361-376, 2013.

