

Modelos discreto, contínuo e estocástico: um comparativo entre as dinâmicas populacionais das regiões brasileiras

Matheus dos Santos Alves¹

DCA/UNIFESP, Osasco, SP

Raphael de Oliveira Garcia²

DCA/UNIFESP, Osasco, SP

No Brasil, as últimas décadas foram de transformações para o país na área demográfica, porém no território brasileiro o comportamento da dinâmica populacional tem pesos diferentes e o estudo específico de cada região pode amparar nos âmbitos profissional, social e acadêmico. Além de auxiliar em planejamentos ligados as áreas de previdência e saúde.

Nesta conjuntura, o foco do projeto foi utilizar dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) [3] de cada uma das cinco regiões do Brasil para produzir projeções demográficas por meio de quatro modelos matemáticos de dinâmica populacional estudados em [1]. Após a implementação computacional, os resultados foram comparados com o modelo oficial do IBGE.

No modelo 1, supôs-se que a dinâmica populacional das regiões segue um modelo logístico discreto [2],

$$P_{n+1} = (1 + a)P_n - bP_n^2, \quad n \geq 0, \quad (1)$$

em que a e b são, respectivamente, as médias das taxas de natalidade e mortalidade, no período de 2000 à 2019, e P_0 é a população da região em 2019.

No modelo 2, opta-se por observar a quantidade de nascimentos e óbitos. Tratando os dados do IBGE, foi possível inferir a tendência de um comportamento linear, o que resultou no ajuste de regressões lineares [5]. Assim, a variação entre nascimentos \hat{y}_n e óbitos \hat{z}_n , a cada ano, foi definida por $\Delta P_n = \hat{y}_n - \hat{z}_n$, em que \hat{y}_n e \hat{z}_n são retas obtidas de regressões lineares da taxa de natalidade e mortalidade por região. O segundo modelo é representado pela seguinte equação de diferença

$$P_{n+1} = P_n + \Delta P_n, \quad n \geq 0. \quad (2)$$

Para o modelo 3 considerou-se que a população das regiões brasileiras tem um comportamento próximo de um modelo logístico contínuo [2],

$$\frac{dP(t)}{dt} = rP \left(1 - \frac{P}{P_\infty} \right), \quad P(0) = P_0, \quad \text{com } P(t) = \frac{P_\infty P_0}{(P_\infty - P_0)e^{-rt} + P_0}, \quad (3)$$

onde r é a taxa de crescimento da população, determinada a partir de uma regressão logarítmica [5] dos dados do IBGE, P_∞ é o valor máximo da população e P_0 a população em 2019.

Por fim, tem-se a equação diferencial de um modelo logístico estocástico (modelo 4),

$$\frac{dP(t)}{dt} = r_\epsilon P \left(1 - \frac{P}{P_\infty} \right), \quad P(0) = P_0, \quad (4)$$

¹matheusantosalves@outlook.com

²rogarcia@unifesp.br

em que $r_\epsilon = r + s\epsilon(t)$ é um parâmetro estocástico da taxa de crescimento da população, ϵ é um ruído branco, $s > 0$ é uma constante e r é a taxa obtida do terceiro modelo. Ao considerar um processo de Wiener W_t [4], a solução da equação (4) é

$$P(t) = \frac{P_\infty P_0 e^{rt+sW_t}}{(P_\infty - P_0) e^{rt+sW_t}}. \quad (5)$$

Os modelos desenvolvidos apresentaram os resultados das projeções para cada região, ver Figura (1). Os resultados foram comparados entre si e com o projetado oficialmente pelo IBGE, investigando assim o comportamento da evolução da população. Apesar das diferenças regionais, em geral os resultados apresentam um limite máximo próximo dos modelos oficiais. A estabilização da população de cada região é percebido em cada modelo, no entanto, o modelo 3 apresenta as estabilizações a partir de 2042, ano aproximado em que o IBGE prevê estabilização da população Brasileira. Do ponto de vista demográfico, os modelos são importantes para que seja possível criar planos estratégicos característicos para cada região.

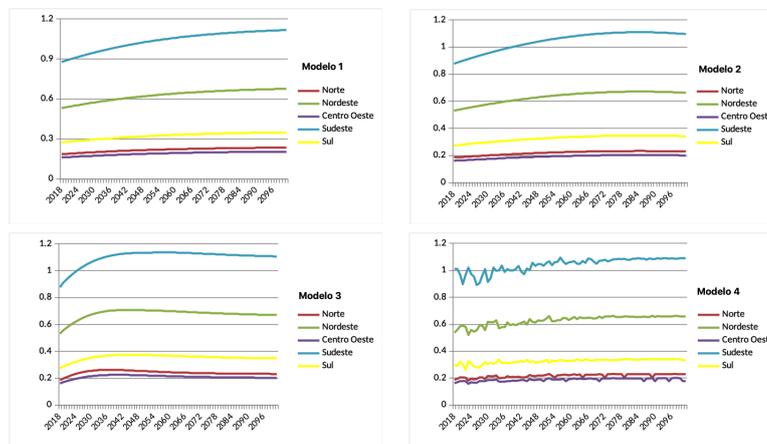


Figura 1: Projeções da população Brasileira por regiões

Referências

- [1] Alves, M. S., Garcia, R. O. Modelos de crescimento discreto, contínuo e estocástico: um comparativo entre as dinâmicas populacionais do Brasil, C.Q.D. - Revista Eletrônica Paulista de Matemática, 2020. DOI: 10.21167/cqdv19ic201023169664msarog102113.
- [2] Bassanezi, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. Contexto, São Paulo, 2002.
- [3] Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. *Projeção da população Brasileira e das unidades da federação*, 2018. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/apps/populacao/projecao/>. Acesso em: 15 out. 2019.
- [4] Maia, M. M. F. Equações diferenciais estocásticas e dinâmica de populações, Dissertação de Mestrado, FEUP, 2003.
- [5] Ruggiero, M. A. G., Lopes, V. L. R. *Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais*, 2a. edição. Pearson Makron Books, São Paulo, 1996.