

Uso de indicadores para aprimorar o cálculo da base do pré-condicionador separador em métodos de pontos interiores

Fábio Rodrigues Silva¹
 Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira²
 IMECC/UNICAMP, Campinas, SP

1 Introdução

Considere o par primal-dual de problemas de programação linear na forma padrão

$$(P) \begin{cases} \min & c^\top x \\ \text{s. to} & \mathbf{A}x = b \\ & x \geq 0, \end{cases} \quad (D) \begin{cases} \max & b^\top y \\ \text{s. to} & \mathbf{A}^\top y + s = c \\ & s \geq 0, \end{cases} \quad (1)$$

onde $x, s, c \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $b, y \in \mathbb{R}^m$, e $\text{posto}(\mathbf{A}) = m$. Oliveira e Sorensen [4] propuseram uma classe de pré-condicionadores no contexto da solução iterativa, via método de Gradientes Conjugados Pré-condicionado, dos sistemas lineares oriundos de métodos de pontos interiores em programação linear. O pré-condicionador utiliza em sua construção uma matriz básica \mathbf{B} formada por colunas da matriz de coeficientes \mathbf{A} do problema de otimização linear. A obtenção desta matriz \mathbf{B} requer uma fatoração LU retangular de \mathbf{A} , que pode ser um processo computacionalmente oneroso durante a solução do problema de otimização.

Para reduzir o esforço computacional em multiplicações matriz-vetor no algoritmo de Gradientes Conjugados usado no método de pontos interiores Dual Afim Escala, Resende e Veiga [5] propuseram um esquema de “descarte” de colunas correspondentes a restrições ativas em uma dada solução para o problema de otimização. A técnica consiste em calcular a média geométrica, denotada por ϵ_d , entre a média harmônica e a média aritmética dos elementos da diagonal da matriz $\mathbf{D} = \text{diag}(1/s_1, 1/s_2, \dots, 1/s_n)$ e, se ocorrer $1/s_i < 10^{-3}\epsilon_d$ a coluna i será desconsiderada no método de solução.

Neste trabalho, é proposta a utilização da estratégia definida por Resende e Veiga para identificar colunas que possam ser desconsideradas no processo de obtenção da matriz básica no pré-condicionador de Oliveira e Sorensen.

2 Metodologia

Foi utilizado como ponto de partida uma implementação descrita em [2] para o método de pontos interiores preditor-corretor de Mehrotra [3]. Nesta implementação, os sistemas lineares são resolvidos a partir do método de Gradientes Conjugados Pré-condicionado e utiliza a estratégia híbrida de pré-condicionamento, em que o pré-condicionador da fatoração controlada de Cholesky

¹silvafr@ime.unicamp.br

²aurelio@ime.unicamp.br

é utilizado em um primeiro momento do método de Mehrotra e, em um segundo momento, utiliza o pré-condicionador Separador [4]. A partir da implementação descrita acima, utilizou-se o indicador de Resende e Veiga [5] sobre a matriz $\mathbf{D} = \mathbf{X}^{-1}\mathbf{S}$ para selecionar colunas a serem consideradas para o processo de construção da matriz básica. Estas colunas foram reordenadas pela norma 2.

3 Resultados preliminares

A estratégia descrita acima foi avaliada a partir do teste com um pequeno subconjunto de problemas da coleção Netlib (<https://www.netlib.org/lp/>). Destacam-se os resultados descritos na Tabela 1, mostrando que o método pode ser uma estratégia promissora para a redução do esforço computacional na implementação do pré-condicionador de Oliveira e Sorensen.

Tabela 1: Resultados parciais.

| Nome do Problema | Versão original [2] | | Versão modificada | |
|------------------|---------------------|--------|-------------------|--------|
| | Iterações | Tempo | Iterações | Tempo |
| cycle | 26 | 6,26 | 26 | 5,30 |
| fit2p | 21 | 7,59 | 21 | 6,32 |
| nesm | 34 | 6,20 | 34 | 6,16 |
| pilot87 | 37 | 38,03 | 37 | 35,18 |
| stocfor3 | 32 | 106,54 | 20 | 105,83 |

Como continuação deste trabalho, serão desenvolvidas implementações de outros indicadores propostos em [1], com o intuito de criar um subconjunto de colunas da matriz \mathbf{A} para formar \mathbf{B} , bem como novas propostas para o reordenamento destas colunas.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao PICME–OBMEP, CAPES, FAPESP e CNPq, pelo apoio financeiro.

Referências

- [1] El-Bakry, A. S., Tapia, R. A. and Zhang, Y. A study of indicators for identifying zero variables in interior-point methods, *SIAM Review*, 36(1):45-72, 1994. DOI: 10.1137/1036003.
- [2] Ghidini, C. T. L. S., Oliveira, A. R. L and Sorensen, D. C. Computing a hybrid preconditioner approach to solve the linear systems arising from interior point methods for linear programming using the conjugate gradient method. *Annals of Management Science*, 3(1):43-64, 2014. DOI: 10.24048/ams3.no1.2014-43.
- [3] Mehrotra, S. On the implementation of a primal-dual interior point method. *SIAM Journal on optimization*, 2(4):575–601, 1992. DOI: 10.1137/0802028.
- [4] Oliveira, A. R. L. and Sorensen, D. C. A new class of preconditioners for large-scale linear systems from interior point methods for linear programming, *Linear Algebra and its Applications*, 394:1-24, 2005. DOI: 10.1016/j.laa.2004.08.019.
- [5] Resende, M. G. G. and Veiga, G. An implementation of the dual affine scaling algorithm for minimum cost flow on bipartite uncapacitated networks, *SIAM Journal on Optimization*, 3(3):516-537, 1993. DOI: 10.1137/0803025.