Trabalho apresentado no XL CNMAC, Evento Virtual - Co-organizado pela Universidade do Mato Grosso do Sul (UFMS).

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Análise de Sensibilidade para a Solução do Problema Inverso de Estimação de Parâmetros Viscoelásticos

Douglas Ferraz Corrêa[1]
IPRJ, Nova Friburgo, RJ
Josiele da Silva Teixeira[2]
LEMA/IPRJ, Nova Friburgo, RJ
Antônio José da Silva Neto[3]
Universidade do Estado do Rio de Janeiro, IPRJ

O objetivo do presente trabalho é analisar a sensibilidade de um sistema com 2 graus de liberdade, Figura 1, em relação as variáveis internas dos amortecedores viscoelásticos [2], definidas pelo vetor $\boldsymbol{\beta} = [E_{\infty 1},\ \Delta_1,\ \Omega_1,\ E_{\infty 2},\ \Delta_2,\ \Omega_2]$, para posterior estimação de $\boldsymbol{\beta}$ utilizando o método de Monte Carlo com Cadeias de Markov (MCMC).

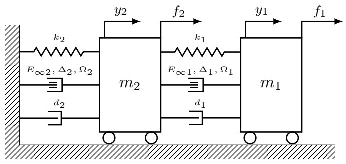


Figura 1: Sistema com 2 graus de liberdade e amortecedor viscoelástico

A equação de movimento do sistema é dada por

$$\begin{aligned} &\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{y}} + (\mathbf{K} + \mathbf{Kv})\,\mathbf{y} + \mathbf{B}_\zeta \boldsymbol{\xi} = \mathbf{F} \\ &\dot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{H}_1 \boldsymbol{\xi} + \mathbf{H}_2 \mathbf{y} \end{aligned} \tag{1}$$

onde $\mathbf{M}$, $\mathbf{D}$ e $\mathbf{K}$ são, respectivamente, a matriz de massa, amortecimento e rigidez do sistema, $\mathbf{K_v}$ é a matriz de rigidez associada ao amortecimento viscoelástico, $\boldsymbol{\xi}$ representa a matriz de variáveis internas de dissipação, $\mathbf{B}_\zeta$ é a matriz de entrada das variáveis internas, $\mathbf{H_1}$ e $\mathbf{H_2}$ são, nessa ordem, a matriz de estado e de entrada na equação de evolução das variáveis internas [3], $\mathbf{y}$ é o vetor de coordenadas generalizadas, $\dot{\mathbf{y}}$ e $\ddot{\mathbf{y}}$ são, respectivamente, a derivada de primeira e segunda ordem no tempo de $\mathbf{y}$ e $\mathbf{F}$ é a matriz de carregamento externo do sistema.

O coeficiente de sensibilidade (X_{β_i}) é obtido em termos da derivada parcial de primeira ordem da variável observável, $\ddot{\mathbf{y}}$, com relação ao parâmetro de interesse, β_i, no presente trabalho foi utilizado o coeficiente de sensibilidade normalizado, dado por

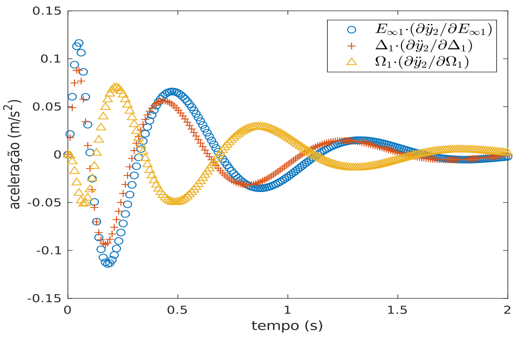
$$X_{\beta_i} = \beta_i \frac{\partial \ddot{\mathbf{y}}}{\partial \beta_i}, \quad i = 1, 2, ..., N_p \tag{2}$$

onde $N_p = 6$ representa o número de parâmetros de interesse. Para que o processo de estimação de parâmetros seja realizado de maneira confiável é necessário que o sistema abordado seja sensível

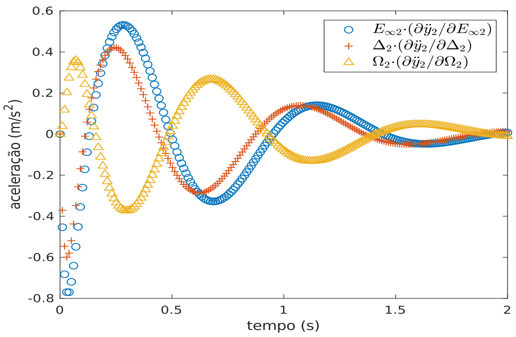
[1]dferrazc@gmail.com
[2]josyelly1@gmail.com
[3]ajsneto@iprj.uerj.br

© 2021 SBMAC

aos parâmetros que se deseja estimar, ou seja, que pequenas variações de um dado parâmetro gerem alterações significativas da resposta do sistema, para que assim seja possível analisar o grau de influência desse parâmetro na resposta do sistema. Além disso, quando dois ou mais parâmetros são estimados simultaneamente, é necessário que não haja correlação entre os parâmetros, ou seja, que os coeficientes de sensibilidade em relação a esses parâmetros sejam linearmente independentes, caso contrário não há unicidade da solução do problema inverso [1]. A Figura (2) apresenta os coeficientes de sensibilidade obtidos utilizando o método de diferenças finitas centradas para seu cálculo.



Coeficientes de sensibilidade com relação aos parâmetros $E_{\infty 1}$,Δ_1 e Ω_1



Coeficientes de sensibilidade com relação aos parâmetros $E_{\infty 2}$,Δ_2 e Ω_2

Figura 2: Análise de Sensibilidade

Para realização da análise de sensibilidade foi considerada a resposta do sistema, em termos da aceleração, a uma excitação do tipo Delta de Dirac e $\boldsymbol{\beta}_{exato} = [10,\ 5,\ 20,\ 10,\ 5,\ 20]$. Ao analisar a equação de movimento do sistema, Equação (1), é possível verificar que há um termo que é resultado da multiplicação de dois parâmetros de interesse, esse produto é chamado resistência a relaxação ($E_\infty\Delta$), uma análise gráfica dos coeficientes de sensibilidade, Figura 2, permite confirmar essa correlação entre os parâmetros, indicando que o módulo de relaxação estático (E_∞) e a magnitude de relaxação (Δ) não podem ser facilmente estimados de forma simultânea. Portanto, a partir da análise de sensibilidade realizada neste trabalho é possível concluir que, para posterior solução do problema inverso, os vetores mais indicados para serem considerados no processo de estimação de parâmetros são $\boldsymbol{\beta}_{ind1} = [\Delta_1,\Omega_1,\Delta_2,\Omega_2]$ e $\boldsymbol{\beta}_{ind2} = [E_{\infty 1},\Omega_1,E_{\infty 2},\Omega_2]$.

Os autores agradecem a FAPERJ pelo apoio financeiro, a CAPES (Código de Financiamento 001) e ao CNPq.

Referências

[1] Beck, J. V., Blackwell, B. and St. Clair Jr., C. R. *Inverse Heat Conduction - Ill-Posed Problems, 1st ed.* John Wiley & Sons, New York, 1985.

[2] Christensen, R. M. *Theory of Viscoelasticity, 2nd ed.* Academic Press, New York, 1982.

[3] Cordeiro, C. E. Z., Rodrigues, J. P. M. W., Stutz, L. T. and Knupp, D. C. Comparação entre os Métodos Metropolis-Hastings e Monte Carlo Hamiltoniano na Solução de um Problema de Estimação de Parâmetros Viscoelásticos, *XX Encontro Nacional de Modelagem Computacional*, 2017.

 © 2021 SBMAC