

Projeto de controle \mathcal{H}_∞ para sistemas lineares em tempo discreto utilizando o *software* Scilab/Xcos

Drielly Almeida da Silva¹

IFMS, Três Lagoas, MS

Diogo Ramalho de Oliveira²

IFMS, Três Lagoas, MS

Edson Italo Mainardi Júnior³

IFMS, Três Lagoas, MS

Lucas Rangel de Oliveira⁴

IFMS, Três Lagoas, MS

Tem-se como objetivo deste trabalho apresentar um projeto de controle \mathcal{H}_∞ em tempo discreto para um sistema de suspensão ativa fabricado pela Quanser. O projeto de controle é baseado em desigualdades matriciais lineares (do inglês, *Linear Matrix Inequalities* - LMIs) e será resolvido utilizando o *software* livre Scilab. O controle \mathcal{H}_∞ tem o objetivo de mitigar a influência de uma entrada exógena na saída do sistema. Para realizar a simulação do sistema de controle, considera-se que a lei de controle é aplicada utilizando um conversor digital para analógico (D/A) de ordem zero, tal que $u(t) = u(kT)$, para $kT \leq t < (k+1)T$, sendo T o período de amostragem e k a amostra. Para isso, é necessário utilizar uma ferramenta do *software* Scilab chamada de Xcos. O Xcos é um editor gráfico utilizado para projetar modelos de sistemas dinâmicos em domínios de tempo discreto e contínuo. Resumindo, na simulação considera-se que o sistema de suspensão está em tempo contínuo, com uma lei de controle em tempo discreto que utiliza um conversor D/A de ordem zero. Dessa forma, é necessário discretizar o modelo matemático do sistema de suspensão ativa para o projeto de controle via LMIs.

Considere o seguinte sistema linear em tempo contínuo, descrito através de espaço de estados:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Hw(t), \quad y(t) = Cx(t), \quad (1)$$

sendo $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ o vetor de estado, $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ a entrada de controle, $w(t) \in \mathbb{R}^{n_w}$ é uma entrada exógena com energia limitada, A , B , H e C são as matrizes de dimensões adequadas que descrevem a dinâmica do sistema. O modelo matemático em tempo discreto equivalente ao sistema em tempo contínuo (1), considerando $u(t) = u(kT)$, para $kT \leq t < (k+1)T$, pode ser representado por

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) + H_d w(k), \quad y(k) = C_d x(k), \quad (2)$$

sendo que $A_d = e^{AT}$, $B_d = \int_0^T e^{A\eta} d\eta B$, $H_d = TH$ e $C_d = C$. A lei de controle por realimentação de estados é dado por $u(kT) = Kx(k)$, sendo que $K \in \mathbb{R}^{n_u \times n_x}$.

Teorema 1 (ver [1]). *O sistema (2) é estabilizável, por realimentação de estados se, e somente se, existirem $X \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$, $M \in \mathbb{R}^{n_u \times n_x}$ e um escalar μ que satisfaçam o seguinte problema convexo*

¹drielly.as@gmail.com

²diogo.ramalho@ifms.edu.br

³edson.mainardi@ifms.edu.br

⁴lucas.rangel@ifms.edu.br

de otimização: $\min \mu$, sujeito a $X > 0$,

$$\begin{bmatrix} X & A_d X + B_d M & \mathbf{0} & H_d \\ X A_d^T + M^T B_d^T & X & X C_d^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_d X & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ H_d^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mu \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0, \quad O$$

controlador dado por $K = M X^{-1}$ assegura um custo garantido \mathcal{H}_∞ igual a $\gamma = \sqrt{\mu}$.

O modelo matemático da dinâmica do sistema de suspensão ativa e a representação em espaço de estados podem ser encontrados em [2]. O sistema de suspensão consiste de duas massas, denominadas M_s e M_{us} . A massa M_s representa $\frac{1}{4}$ da estrutura do veículo. A massa M_{us} corresponde à massa do conjunto do pneu. A suspensão ativa consiste de um motor (atuador) conectado entre as massas M_s e M_{us} . As variáveis $z_s(t)$, $z_{us}(t)$ e $z_r(t)$ representam os deslocamentos da massa M_s , M_{us} e da pista, respectivamente. Utilizando o *software* SciLab, foi realizado o projeto de controle \mathcal{H}_∞ a partir do Teorema 1, restringindo a norma do controlador K utilizando a seguinte LMI [1]: $\begin{bmatrix} X & M' \\ M & \rho^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} > 0$, sendo que $\rho = 40$ está associado ao valor máximo da entrada de controle $u(t)$. Considerando um período de amostragem $T = 10\text{ms}$, o seguinte controlador foi encontrado $K = [53,28 \quad -100,88 \quad 1369,14 \quad 19,76]$, que garante ao sistema controlado um custo garantido \mathcal{H}_∞ igual a $\gamma = 1,42$. Os resultados de simulação foram obtidos utilizando a ferramenta Xcos do *software* Scilab. A Figura 1(a) ilustra a simulação da dinâmica do sistema em malha aberta, considerando uma entrada exógena do tipo *chirp* com amplitude de 2mm, frequência inicial de 1Hz e final de 15Hz, sendo que a frequência aumenta linearmente ao longo de 10s. Observe que o sistema em malha aberta é naturalmente estável, porém possui picos de ressonância que prejudicam o desempenho do sistema. A Figura 1(b) apresenta a simulação da dinâmica do sistema controlado, considerando a mesma entrada exógena. Observe que o controle \mathcal{H}_∞ mitigou a influência da entrada exógena na saída do sistema, diminuindo os picos de ressonância. Conclui-se que o controlador pode ser utilizado em uma futura implementação prática.

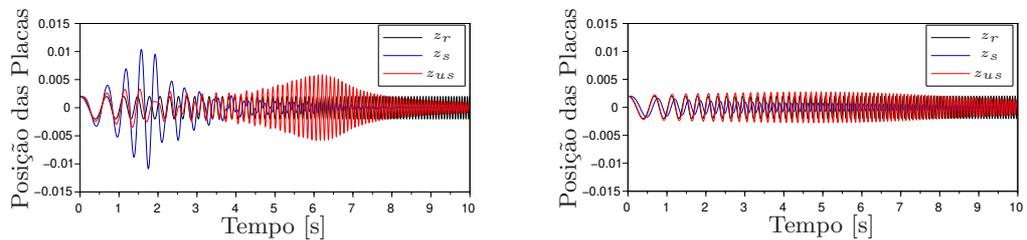


Figura 1: Simulação da resposta dinâmica do sistema de suspensão ativa: (a) em malha aberta; (b) em malha fechada.

Agradecimentos

Ao incentivo financeiro do CNPq e do IFMS através do Edital 028/2019-Propi/IFMS (ID:698).

Referências

- [1] Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E. and Balakrishnan, V. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, Vol. 15. Studies in Applied Mathematics, SIAM - Soc. Ind. Appl. Math., Philadelphia, 1994.
- [2] De Oliveira, D. R., Teixeira, M. C. M., Alves, U. N. L. T., Souza, W. A., Assunção E., Cardim R. On local \mathcal{H}_∞ switched controller design for uncertain T-S fuzzy systems subject to actuator saturation with unknown membership functions, *Fuzzy Sets and Systems*, 344: 1-26, 2018. DOI:10.1016/j.fss.2017.12.004.