Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 5, N. 1, 2017.

Trabalho apresentado no CNMAC, Gramado - RS, 2016.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

Problemas unidimensionais de transporte por meio do método ADO: Espalhamento isotrópico e problema de Albedo

Marco Paulsen Rodrigues[1]
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica, FURG, Rio Grande, RS
João Francisco Prolo Filho[2]
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica, FURG, Rio Grande, RS

1 Introdução

A Equação de Transporte, por sua grande aplicabilidade em diversos problemas realísticos, tem sido utilizada no tratamento de problemas em diversas áreas [3], motivando a comunidade científica a investir cada vez mais no desenvolvimento de novas formulações para o seu estudo. Entre as formulações existentes, o Método de Ordenadas Discretas Analítico (Método ADO [2]), tem se mostrado uma boa alternativa e tem se destacado por conta de algumas características que o tornam muito atrativo do ponto de vista computacional. Assim sendo, pretende-se com este trabalho estudar o desempenho do Método ADO na resolução de problemas unidimensionais de transporte. Resultados encontrados na literatura são utilizados para a validação do código computacional e do método.

2 Modelagem matemática e resultados

Segundo Barichello [1], a Equação de Transporte de nêutrons unidimensional, em regime estacionário, para um meio homogêneo isotrópico sem fonte interna, descrita em ordenadas discretas é dada por

$$\mu_i \frac{d}{dx}\Psi(x,\mu_i) + \Psi(x,\mu_i) = \frac{c_0}{2}\sum_{k=1}^{N} w_k \Psi(x,\mu_k), \tag{1}$$

para $i = 1, \ldots, N$, sendo $\Psi(x,\mu_i)$ o fluxo angular de nêutrons dependente da coordenada espacial adimensional $x \in [0,+\infty)$ e da coordenada direcional μ_i. Ainda, c_0 corresponde ao coeficiente de espalhamento isotrópico, e os pares $\{\mu_i, w_i\}$ são os pontos e pesos da quadratura de Gauss de ordem N, utilizados para a representação do termo integral de colisão.

[1]marco.paulsen.rodrigues@gmail.com
[2]joaoprolo@furg.br

Buscou-se neste trabalho utilizar o Método ADO para estudar quantidades muito importantes em problemas de transporte. Uma das escolhidas foi o coeficiente de *albedo*, calculado por

$$A^* = 2\int_0^1 \mu\Psi(0,-\mu)d\mu, \tag{2}$$

sob as condições $\Psi(0,+\mu) = 1$ e $\lim_{x\to+\infty} \Psi(x,\pm\mu) = 0$.

Tabela 1: Problema de albedo: comparação numérica dos resultados com a literatura.

	Barichello [1]				Este trabalho		
c_0	Exata	LTS_2	LTS_4	LTS_8	ADO_2	ADO_4	ADO_8
0.1	0.02170	0.02633	0.02481	0.02267	0.03040	0.02481	0.02267
0.3	0.07445	0.08893	0.08431	0.07747	0.1026	0.08430	0.07747
0.5	0.1465	0.1715	0.1640	0.1518	0.1981	0.1639	0.1517
0.7	0.2566	0.2922	0.2827	0.2641	0.3374	0.2826	0.2641
0.9	0.4780	0.5195	0.5144	0.4882	0.5998	0.5144	0.4881

3 Considerações finais

É observado na Tabela 1 que os valores obtidos para o coeficiente de *albedo* segundo a formulação desenvolvida neste trabalho coincidem com aqueles obtidos por meio do método LTS_N e, assim como esses, se aproximam dos valores obtidos pela formulação Exata conforme o valor de N aumenta. Isto indica, portanto, que melhores resultados para o método ADO podem ser obtidos bastando aumentar a quantidade de termos na quadratura.

Assim, conclui-se que o Método ADO é uma ferramenta simples e eficaz na resolução desta classe de problemas de transporte em meios isotrópicos e verifica-se a importância em investir na implementação de mais altas ordens de quadratura, buscando uma melhor aproximação do termo integral, o que proporcionaria uma melhora na precisão dos resultados.

Referências

[1] L. B. Barichello, Formulação analítica para solução do problema de ordenadas discretas unidimensional, Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, UFRGS, 1992.

[2] L. B. Barichello, C. E. Siewert. A discrete-ordinates solution for a nongrey model with complete frequency redistribution, *JQSRT*, 62:645–675, 1999.

[3] C. S. Scherer, J. F. Prolo Filho, L. B. Barichello. An analytical approach to the unified solution of kinetic equations in rarefied gas dynamic.I. Flow problems, *Z. Angew. Math. Phys.*, 60:70–115, 2009.

