

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Quantificação de Incertezas nos Núcleos de Volterra de um Oscilador de Duffing

Luis G. G. Villani¹

Samuel da Silva²

UNESP - Univ Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Mecânica, Av. Brasil, 56, Ilha Solteira, 15385-000, SP, Brasil

Americo Cunha Jr³

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística, Departamento de Matemática Aplicada, R. São Francisco Xavier, 524, Rio de Janeiro, 20550-900, RJ, Brasil

1 Introdução

A descrição do comportamento de sistemas mecânicos é normalmente obtida através de modelos matemáticos, baseados ou não em parâmetros físicos dos sistemas. Sabe-se que tais sistemas podem apresentar forte comportamento não linear, dependendo das cargas aplicadas e condições de operações aos quais são submetidos [1]. Neste contexto, as séries de Volterra são capazes de descrever o comportamento dos sistemas através da generalização do conceito de convolução e função de resposta em frequência. Assim, identificando os núcleos ou funções de resposta em frequência de alta ordem (HOFRFs) pode-se prever a resposta dinâmica dos sistemas. Os parâmetros desse sistema estão sujeitos a uma série de variabilidades, o que resulta em núcleos de Volterra sujeitos a incertezas, e, por consequência, respostas aleatórias quando da simulação do sistema mecânico. Nesse sentido, para se obter uma descrição mais realista do comportamento do sistema se faz necessário modelar tais incertezas e calcular sua propagação através do sistema dinâmico subjacente ao modelo físico [2]. Este trabalho mostra a análise de incertezas aplicada nas séries de Volterra analíticas de um oscilador de Duffing submetido a excitação harmônica simples.

2 Análise de Incertezas em Séries de Volterra

De maneira simples, as séries de Volterra podem ser tratadas como uma generalização do conceito de convolução linear aplicado em sistemas não lineares [3]. Assim, obtêm-se funções de resposta em frequência de alta ordem (HOFRFs). Para um oscilador de Duffing, considerando uma excitação senoidal harmônica e a presença de incertezas, os núcleos de Volterra podem ser obtidos de maneira analítica no domínio da frequência pelas expressões:

$$\mathbb{H}_1(\omega, \theta) = \frac{1}{k_1 + j\mathbb{C}(\theta)\omega - m\omega^2}, \quad \mathbb{H}_3(\omega, \omega, \omega, \theta) = -k_3\mathbb{H}_1^3(\omega, \theta)\mathbb{H}_1(3\omega, \theta) \quad (1)$$

sendo que as variáveis aleatórias \mathbb{H}_1 e \mathbb{H}_3 representam o primeiro e o terceiro núcleo de Volterra, m a massa, k_1 a rigidez linear, k_3 a rigidez cúbica, \mathbb{C} o coeficiente de amortecimento incerto do oscilador de Duffing, θ é a variável amostral e ω a frequência.

¹luisgustavovillani@gmail.com

²samuel@dem.feis.unesp.br

³americo@ime.uerj.br

Foram realizadas simulações para observar a variação dos núcleos com a presença de incertezas no coeficiente de amortecimento do sistema, uma vez a enorme incerteza associada a sua estimativa. Para garantir convergência foram realizadas 1024 realizações com o método de Monte Carlo. Utilizando-se o princípio da entropia máxima para especificar a distribuição de probabilidade do coeficiente de amortecimento, uma distribuição gamma nesse caso, com média igual a 10 N.s/m e dispersão de 10%. Os valores determinísticos dos demais parâmetros utilizados foram: $k_1 = 10^4$ N/m, $k_3 = 10^9$ N/m³ e $m = 1$ kg. A Figura 1 mostra o valor nominal, a média e a uma banda de confiabilidade de 95% de probabilidade, determinados no domínio da frequência para os dois núcleos de Volterra. É possível observar que a maior dispersão encontra-se na amplitude do pico, mostrando que essa região é mais influenciada pelas variações do coeficiente de amortecimento.

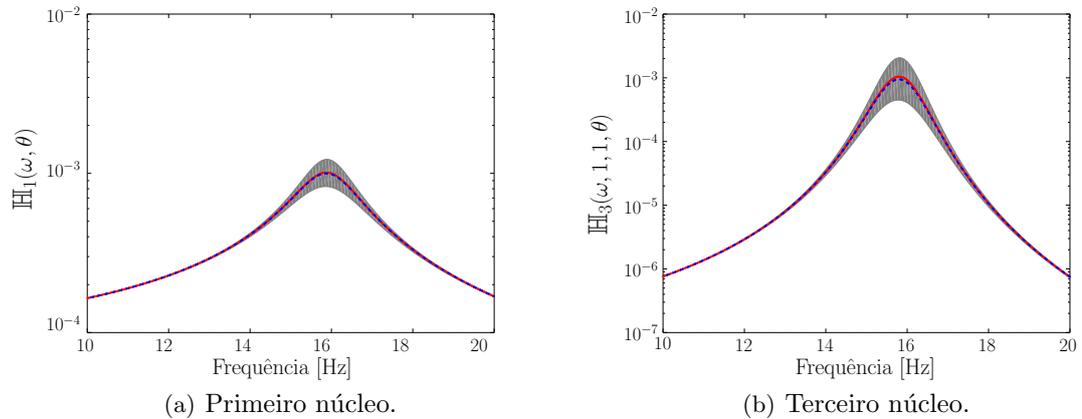


Figura 1: Banda de confiabilidade com 95% de probabilidade para os núcleos de Volterra. A média é representada por - e o sinal determinístico por -.

3 Conclusões

Pode-se concluir que a presença de incertezas no coeficiente de amortecimento do oscilador de Duffing pode tornar os núcleos também incertos e conseqüentemente fazer com que a resposta do sistema varie muito.

4 Agradecimentos

Os dois primeiros autores agradecem o apoio financeiro da FAPESP, processo 12/09135-3. O terceiro autor agradece ao CNPq, CAPES e FAPERJ pelo apoio financeiro fornecido para suas pesquisas.

Referências

- [1] G. Kerschen, K. Worden, A. F. Vakakis, J. Golinval. Past, present and future of non-linear system identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 20, n. 3, p. 505-592, 2006.
- [2] C. Soize. *Stochastic Models of Uncertainties in Computational Mechanics*. American Society of Civil Engineers, 2012.
- [3] K. Worden, G. R. Tomlinson. *Nonlinearity in structural dynamics: detection, identification and modelling*. CRC Press, 2000.