

**Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**

---

## Um Modelo Computacional de Simulação do Fluxo de Águas Subterrâneas 2D em Meios Heterogêneos e Anisotrópicos

Tomas Carlotto<sup>1</sup>

Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS, Campus Erechim, RS-Brazil

Roberto Valmir da Silva<sup>2</sup>

Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS, Campus Erechim, RS-Brazil

José Mario Vicensi Grzybowski<sup>3</sup>

Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS, Campus Erechim, RS-Brazil

### 1 Introdução

No que tange à dinâmica da água em lençóis freáticos, a maior parte dos modelos estudados na literatura considera o caso simplificado de aquíferos confinados, e condições homogêneas e isotrópicas. Os objetivos deste trabalho foram (i) estudar a dinâmica de lençóis freáticos através da equação do fluxo subterrâneo para meios saturados, heterogêneos e anisotrópicos, conhecida como equação de Boussinesq e (ii) explorar uma metodologia de calibração do modelo baseada no comportamento característico de curvas mestras de recessão (MRC) de bacias hidrográficas [1].

### 2 Materiais e métodos

A equação de Boussinesq permite considerar a condutividade hidráulica como função da carga hidráulica, de forma que a topografia da bacia e as características da base rochosa do aquífero podem ser levadas em consideração. No estudo, foram utilizados dados diários de vazão no exutório da bacia do Rio Ligeiro, localizada no norte do Rio Grande do Sul, coletados durante o período de janeiro de 2012 a outubro de 2014. As profundidades da base rochosa na bacia foram estimadas através do método proposto na referência [3]. A equação de Boussinesq é dada por

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_{xx} b(H) \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_{yy} b(H) \frac{\partial H}{\partial y} \right) + W(x, y, t) = S_y \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1)$$

em que  $b(H)$  e  $W(x, y, t)$  são dados por

$$b(H) = (H(x, y, t) - CR(x, y)) \quad e \quad W(x, y, t) = (sup_{top}(x, y) - H(x, y, t)) \quad (2)$$

---

<sup>1</sup>thomas.carl@hotmail.com

<sup>2</sup>roberto.silva@uffs.edu.br

<sup>3</sup>jose.grzybowski@uffs.edu.br

Nas equações,  $H$  representa as cargas hidráulicas,  $K_{xx}$  e  $K_{yy}$  são as condutividades hidráulicas nas direções  $x$  e  $y$ ,  $CR(x, y)$  são as cotas da base rochosa,  $sup_{top}(x, y)$  são as cotas da superfície topográfica e  $S_y$  é o rendimento específico. Inicialmente, calculou-se o coeficiente característico da MRC para a bacia do Rio Ligeiro com a ferramenta exposta na referência [1], resultando em  $-0.025 \text{ dia}^{-1}$ . A seguir, a Equação (1) foi discretizada com método de diferenças finitas para meios heterogêneos, no qual as derivadas internas e externas foram aproximadas por diferenças progressivas e regressivas [4]. A seguir, afim de aprimorar a estabilidade do processo de solução, foi aplicado à equação o esquema de Crank-Nicolson [2]. Para tratar a não-linearidade do sistema resultante, as condutividades hidráulicas foram tomadas com um passo temporal de atraso em relação às variáveis dependentes da equação, as cargas hidráulicas. Considerando as características das matrizes do sistema linearizado, utilizou-se o método de Eliminação Gaussiana para matrizes esparsas. O modelo computacional foi implementado em linguagem técnico científica em software MATLAB. Para calibração do modelo a um evento de recessão, considerou-se a condição inicial de solo saturado e avaliou-se a curva de recessão resultante em comparação com o coeficiente característico da MRC da bacia hidrográfica reiteradamente, com variação de  $K_{xx}$  e  $K_{yy}$  até minimizar a diferença entre os coeficientes de recessão real e calculado. Os resultados foram validados com dados da literatura.

### 3 Resultados e conclusões

Os valores encontrados para as condutividades hidráulicas foram  $5 \text{ m.dia}^{-1}$  e  $3 \text{ m.dia}^{-1}$  para áreas com floresta e sem floresta, respectivamente. Finalmente, o modelo foi aplicado ao estudo dos efeitos de uma condição de estiagem de 82 dias na bacia hidrográfica do Rio Ligeiro. A aplicação do modelo possibilitou estimar o nível do lençol freático ao longo do período de estiagem e identificar regiões susceptíveis à escassez de água. Futuramente, pretende-se desenvolver uma formulação integrada entre escoamentos superficiais e subterrâneos para simular a recarga e descarga de aquíferos freáticos.

### Referências

- [1] T. Carlotto, P. L. B. Chaffe, R. V. Silva e J. M. V. Grzybowski. Uma ferramenta computacional de análise de séries temporais de vazão e caracterização de bacias hidrográficas. *Anais do XXI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, Brasília, Distrito Federal, Brasil, 2015.
- [2] J. Crank and P. Nicolson, A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type, *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 43:50-67, 1947. ISSN: 1019-7168.
- [3] G. M. Saulnier, K. Beven, and C. Obled, Including spatially variable effective soil depths in TOPMODEL, *Journal of Hydrology*, 202:158-172, 1997. ISSN: 0022-1694.
- [4] E. Wendland. Modelos Matemáticos e Métodos Numéricos em Águas Subterrâneas. *Notas em Matemática Aplicada*. SBMAC, volume 3, 2003.