Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 5, N. 1, 2017.

Trabalho apresentado no CNMAC, Gramado - RS, 2016.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modos de Vibração de uma Estrutura Aporticada

Elton da Silva Paiva Valiente[1]
Instituto Federal de Ciência e Tecnologia de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, MS
Rúbia Mara de Oliveira Santos[2]
Instituto de Matemática, UFMS, Campo Grande, MS

1 Introdução

Vibração é qualquer movimento periódico ou não de um corpo ou sistema (conjunto de partes conectadas para suportar uma carga) de corpos interligados, em torno de uma posição ou equilibrio [2]. Será obtido os modos de vibração natural de uma estrutura aporticada por meio de Sistemas Lineares e Determinante.

Para um sistema com n graus de liberdade que seja não amortecido em equilíbrio dinâmico e ainda não for excitado externamente, a equação de movimento que descreve tal sistema é dado por

$$M\ddot{v}(t) + Kv(t) = 0 \tag{1}$$

Com M e K as matrizes de massa e rigidez da estrutura. Dessa forma, resolvendo (1) obtém-se a equação homogênea:

$$(K - \omega_n^2 M)\phi_n = 0 \tag{2}$$

Sendo ω_n e ϕ_n, a frequência da vibração e o modo de vibração natural, respectivamente.

2 Aplicação - Modos de Vibração

Considere um pórtico de três pavimentos com vigas de rigidez infinita com a massa de cada nível e os coeficientes de rigidez de cada ponto do pórtico, dessa forma é possível determinar os modos de vibração do pórtico [1].

A partir das matrizes de rigidez e de massa, da expressão matricial $K - \omega_n^2 M$, com $B = \frac{\omega_n^2}{600}$, e impondo que seu determinante seja nulo, tem-se:

$$B^3 - 5,5B^2 - 7,5B - 2 = 0 \tag{3}$$

[1]elton.valiente@ifms.edu.br
[2]rubia.oliveira@ufms.br

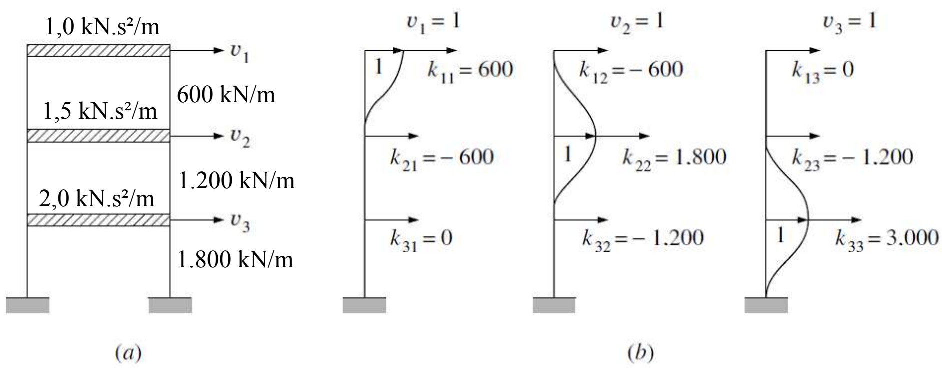

Figura 1: Pórtico de três níveis (a) e Coeficiente de rigidez em cada nó do pórtico (b)

Por meio de (3) obtém-se as frequências circulares, em rad/s, $\omega_1 = 14,52$, $\omega_2 = 31,05$ e $\omega_3 = 46,10$, e as frequências das vibrações, $f_1 = 2,3$, $f_2 = 4,9$ e $f_3 = 7,3$, em $Hertz$. Para encontrar os deslocamentos dos nós, se faz necessário encontrar uma solução para o Sistema Linear Homogêneo (2), dessa forma os três modos de vibração da estrutura serão:

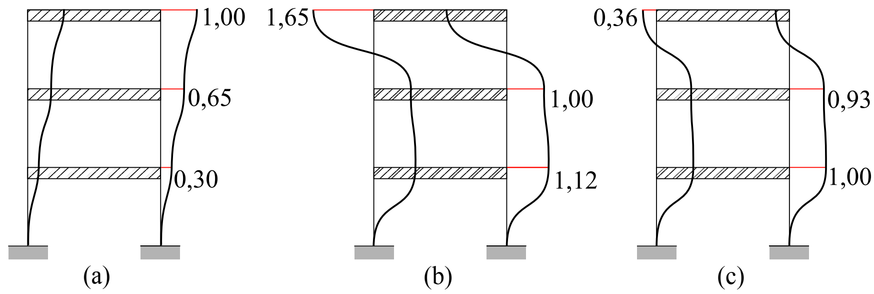

Figura 2: Modos de vibração da estrutura deformada

3 Conclusões

Foi apresentado aplicação de ferramentas matemáticas, Sistemas Lineares e Determinante, para o estudo das vibrações de uma estrutura. Em situações reais, por envolver um maior número de incógnitas, se faz necessário o uso de metodologias computacionais mais específicas.

Referências

[1] R. W. Clough; J. Penzien. *Dynamics of Estructures.* 3ª ed. Berkeley: Computers & Structures, Inc., 2003.

[2] E. S. P. Valiente, Aplicações de Sistemas Lineares e Determinante na Engenharia Civil, Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática, UFMS, (2015).

