Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 8, n. 1, 2021.

Trabalho apresentado no XL CNMAC, Evento Virtual - Co-organizado pela Universidade do Mato Grosso do Sul (UFMS).

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Análise comparativa entre o método analítico e o método de Runge Kutta em circuitos transitórios

Luiz Henrique Rodrigues Farias[1]
Paulo César Linhares da Silva[2]
Jocivania Pinheiro[3]
Centro de Ciências Exatas e Naturais, UFERSA, Mossoró, RN

1. Introdução

Atualmente os dispositivos elétricos e eletrônicos são utilizados com bastante frequência. A importância de se estudar e entender como funcionam tais dispositivos é vital para o desenvolvimento dos mesmos. Diante deste contexto, esta pesquisa utiliza o método numérico de Runge Kutta de quarta ordem para obter a solução numérica da Equação Diferencial Ordinária EDO que rege o circuito transitório do tipo resistor-capacitor RC em corrente contínua, no qual, seus elementos (corrente, tensão, carga) variam com valores iniciais em um intervalo de tempo até alcançar um estado estacionário.

Devido às inovações tecnológicas, este tipo de circuito é utilizado em diversos dispositivos, possibilitando uma ampla variedade de aplicações em diversas áreas da engenharia elétrica e eletrônica. Em análise numérica, os métodos de Runge Kutta formam uma família de metódos iterativos para encontrar a solução de uma EDO. Estas técnicas foram desenvolvidas por volta de 1900 pelos matemáticos C. Runge e M.W. Kutta.

2. Metodologia

Durante o desenvolvimento do algoritmo numérico [1] e a comparação com a solução analítica encontrada para o circuito RC [2], verificou-se que o método de Runge Kutta de quarta ordem apresentou erros percentuais inferiores a 1% confrome ilustra a Tabela 1. Destaca-se aqui o circuito do tipo RC, o seu tempo de carga é regido pela equação diferencial

$$\frac{dq}{dt} = \frac{E}{R} - \frac{q}{RC}, \tag{1}$$

que os termos q, E, R, C são a carga, tensão, resistência e capacitância respectivamente. A equação (1), tem solução analítica dada por

$$q(t) = EC(1 - e^{\frac{-t}{RC}}), \tag{2}$$

como $i = \frac{dq}{dt}$, tem-se $i(t) = \frac{E}{R}e^{\frac{-t}{RC}}$.

A tensão é dada por, $V(t) = Ri$, após a aplicação da lei de Kircchoff para circuitos elétricos tem-se $V(t) = E\left(1 - \frac{E}{R}e^{\frac{-t}{RC}}\right)$.

A solução numérica da equação (1), utilizando o procedimento numérico de Runge-Kutta de quarta ordem é desenvolvido a partir da equação recursiva.

[1]luizhenrique272725@gmail.com.
[2]linhares@ufersa.edu.br.
[3]vaniamat@ufersa.edu.br.

$$q_{i+1} = q_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \tag{3}$$

em que os termos k_1, k_2, k_3, k_4 são definidos por

$$k_1 = f(t_0, q_0) \tag{4}$$

$$k_2 = f(t_0 + \frac{h}{2}, q_0 + k_1\frac{h}{2}) \tag{5}$$

$$k_3 = f(t_0 + \frac{h}{2}, q_0 + k_2\frac{h}{2}) \tag{6}$$

$$k_4 = f(t_0 + h, q_0 + k_3 h) \tag{7}$$

A função $f(t_0, q_0) = \frac{E}{R} - \frac{q}{RC}$ é constituída a partir da equação (1).

A Tabela 1 mostra os resultados obtidos quando comparamos o método de Runge Kutta e o método analítico.

Tabela 1: Comparação entre a solução analítica e método de Runge Kutta para a tensão V no circuito RC

Tempo(s)	Medida Analítica(V)	Runge-Kutta(V)	Erro percentual
0.02	0,475813	0,475813	0,000000
0.04	0,906346	0,906346	0,000000
0.06	1,295908	1,295909	$7,716597.10^{-7}$
0.08	1,648399	1,648400	$6,066492.10^{-7}$
0.10	1,967346	1,967347	$5,082990.10^{-7}$

Os cálculos obtidos na Tabela 1, foram feitos utilizando a linguagem de programação $C++$ em um Notebook Dell Inspirion 5448, processador Core $I5 - 5200U2.7$, 4Gb e Hd de 1Tb.

3. Considerações Finais

O método numérico de Runge Kutta de quarta ordem se mostrou tão eficaz quanto o método analítico para a análise do circuito RC. As simulações computacionais apresentaram erros inferiores a 1%.

Agradecimentos

Os autores agradecem a UFERSA.

Referências

[1] Ruggiero, M. A.G and Lopes, V.L.R. *Cálculo Numérico: aspectos teóricos e computacionais, 2a. edição* . Makron Books, São Paulo, 1996.

[2] Zemansky, Sears and Freedman, Young E.*Física III Eletromagnetismo, 2a. edição*. Addisson Wesley , São Paulo, 2009.