

Estimação da volatilidade de retornos de ações utilizando Filtro de Kalman *Unscented*

Nauê Raynan de Oliveira Magalhães¹

FEEC/UNICAMP, Campinas, SP

João Bosco Ribeiro do Val²

FEEC/UNICAMP, Campinas, SP

Victor Baptista Frencl³

DAELT/UTFPR, Curitiba, PR

A volatilidade de retornos financeiros é um elemento importante no gerenciamento de riscos e de portfólios, no desenvolvimento de estratégias de investimentos e na elaboração de políticas monetárias. Enquanto a variância dos retornos representa a dispersão ao redor do retorno médio do ativo, a volatilidade é uma medida dessa variância limitada por um período de tempo. Assim, a modelagem e análise da volatilidade são tópicos importantes a serem estudados e relacionados ao mercado financeiro. Este trabalho propõe a estimação da volatilidade anual instantânea do retorno do preço de ações — simuladas em MATLAB[®] — com observações parciais na forma do preço de opções, a partir de um filtro estocástico não linear, o Filtro de Kalman *Unscented* (FKU) [4].

Uma opção é um contrato financeiro que dá ao detentor o direito de comprar, *call*, ou vender, *put*, um ativo-objeto por um preço, denominado preço de exercício, em uma certa data, referida como data de maturidade. Esse tipo de negociação é usado por investidores como forma de proteção para suas ações contra eventuais perdas, devido aos riscos inerentes de operar na bolsa de valores. Aqui, optou-se pela utilização da opção *call*.

No começo dos anos 1970, Fischer Black e Myron Scholes desenvolveram uma teoria de precificação de opções [1], baseando-se na ideia de que as flutuações no preço seguem um processo browniano. Conhecido como modelo Black-Scholes, a fórmula para o preço de uma opção do tipo *call*, $C_n \in \mathbb{R}$, é utilizada na equação de medida do FKU somada a um ruído gaussiano $\xi_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\xi^2)$, $\xi_n \in \mathbb{R}$,

$$y_n = C_n(V_n) + \xi_n, \quad (1)$$

em que $V_n \in \mathbb{R}_+$ é a volatilidade anual instantânea do ativo subjacente ao qual se refere a opção.

O único parâmetro não observável das fórmulas Black-Scholes para precificação de opções é a volatilidade, V_n . Sendo assim, o ponto-chave para utilizar o modelo Black-Scholes efetivamente é obter uma boa estimativa para V_n .

Como para o modelo Black-Scholes o preço das opções segue um processo browniano, uma versão discretizada desse processo foi implementada para as simulações e aplicação do FKU. Por hipótese, este modelo assume uma deriva constante, acompanhada de elementos de difusão aleatórios, em que a deriva é função da taxa de juros e a difusão é função da volatilidade. Assume-se também que a volatilidade se comporta de maneira similar. Na elaboração do FKU, assumindo que os incrementos de um processo de Wiener podem ser simplificado como ruídos gaussianos $\omega_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\omega^2)$, $\omega_n \in \mathbb{R}^2$, as equações da dinâmica do processo são:

$$V_{n+1} = V_n + \omega_{1n} \quad (2)$$

$$S_{n+1} = S_n + rS_n d_n + V_n S_n \omega_{2n}. \quad (3)$$

em que $S \in \mathbb{R}_+$ é o preço do ativo e $r \in \mathbb{R}_+$ é a taxa de juros livre de risco.

¹n262206@dac.unicamp.br

²jbosco@unicamp.br

³vbfrencl@utfpr.edu.br

Com base no modelo dinâmico discreto formado pelas equações (1)–(3), foi possível aplicar o FKU. Também fez-se a estimativa da volatilidade implícita [3] para fins de comparação com a volatilidade estimada pelo FKU. A volatilidade implícita é inferida a partir dos preços de opções observados no mercado e é amplamente utilizada por alguns investidores. Entretanto, como ela é calculada a partir de dados históricos, alguns problemas podem surgir em sua estimação [2] e por isso, métodos de estimação que não se baseiam em dados históricos são uma alternativa efetiva.

A Figura 1 mostra as estimativas da volatilidade pelo FKU e pelo método da volatilidade implícita comparadas com a volatilidade simulada. Pode-se observar que a volatilidade estimada pelo FKU é a que mais se aproxima da volatilidade simulada. Isso fica evidente nos primeiros dias, em que a volatilidade implícita é mais imprecisa, pois se tem menos dados passados para inferir a volatilidade. Porém, mesmo em instantes em que a volatilidade implícita tem dados suficientes para uma boa inferência, a volatilidade obtida pelo FKU é uma estimativa mais acurada da volatilidade simulada.

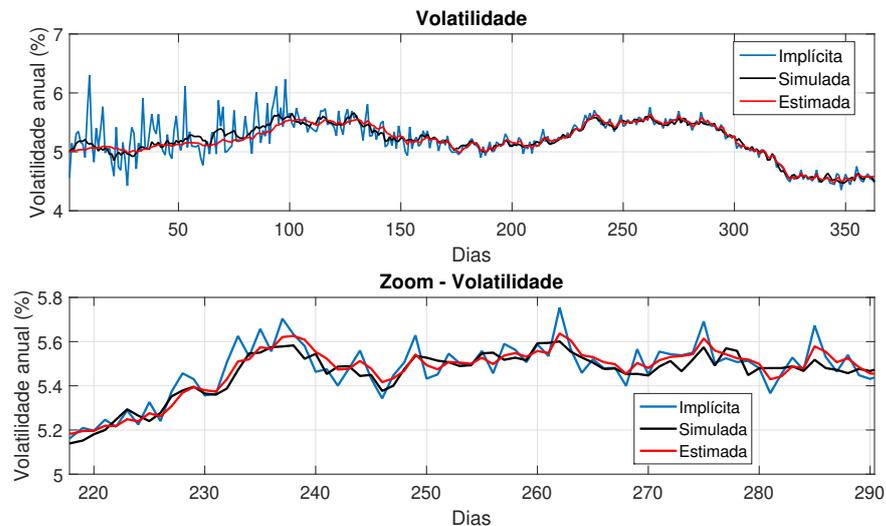


Figura 1: Comparação de volatilidades

Em síntese, abordamos o método do FKU como forma de estimativa da volatilidade do retorno de ações. Fizemos a comparação com o método da volatilidade implícita e pôde-se verificar, para este caso, que a estimativa do FKU apresenta melhor desempenho qualitativo. Assim, pôde-se compreender que a filtragem estocástica é uma ferramenta promissora, que permite combinar a modelagem matemática estocástica com as observações imprecisas e, dessa forma, obter melhores estimativas do que a obtida da forma tradicional, baseada somente em dados históricos.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

- [1] Black, F., Scholes M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy* 81.3:637–654, 1973. DOI: 10.1086/260062
- [2] Hentschel, L. Errors in implied volatility estimation. *Journal of Financial and Quantitative analysis* 779-810, 2003. DOI: 10.2307/4126743
- [3] Mayher, S. Implied volatility. *Financial Analysts Journal* 51.4 8–20, 1995. DOI: 10.2469/faj.v51.n4.1916
- [4] Wan, E. A., Van Der Merwe, R., Haykin, S. The Unscented Kalman filter, *Kalman Filtering and Neural Networks* volume 5, chapter 7, pages 221-280. 2001