Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 8, n. 1, 2021.

Trabalho apresentado no XL CNMAC, Evento Virtual - Co-organizado pela Universidade do Mato Grosso do Sul (UFMS).

Séries numéricas, uma abordagem geométrica para os ensinos fundamental 2 e médio

Prof. Mestre Luciano J. Clarimundo[1]
Secretarias Municipal e Estadual de Educação, Juiz de Fora, MG
Prof. Doutor Sandro R. Mazorche[2]
Instituto de Ciências Exatas, Departamento de Matemática, UFJF, Juiz de Fora, Brasil

Este trabalho busca apresentar, como forma de introdução, os conceitos de somas em série para alunos do Ensino Fundamental 2 e também servir como complementação para uma melhor compreensão dos conceitos de Progressão Aritmética e Progressão Geométrica para os alunos do Ensino Médio. Procuramos, através de construções geométricas básicas e dos cálculos de áreas, despertar a visão do aluno para as ideias de convergência e divergência, bem como facilitar a percepção do infinito.

Ao longo de mais de duas décadas lecionando matemática, percebi que os livros didáticos, quase sempre, só deixam para abordar questões que envolvam somas de infinitos termos no Ensino Médio, assim o aluno do Ensino Fundamental 2 não é levado a pensar numa situação abrangente que possa facilitar cálculos maiores e/ou mais complexos. Não é despertado nele a capacidade de generalizar fórmulas.

Procurando contribuir com ideias que possam facilitar a introdução de conceitos algébricos, fórmulas e séries numéricas, apresentamos em nosso trabalho [1] atividades que possam auxiliar colegas professores na abordagem desses temas. Com a utilização de pequenos quadradinhos e dispondo-os de maneira adequada numa mesa, podemos mostrar aos alunos situações que levem às fórmulas para cálculos de soma de números naturais, soma de números naturais ímpares ou soma de números naturais pares. Na figura 1 (a) temos a soma $1+2+3+4$, que pode ser entendida como sendo a metade da área de um retângulo 4×5, e na figura 1 (b) a soma $1+3+5+7$ é representada pela área de um quadrado 4×4 que foi formado pelos quadradinhos distribuídos em forma de L invertido.

(a) $1+2+3+4$ (b) $1+3+5+7$

Figura 1: Soma dos n primeiros naturais e soma dos n primeiros ímpares

[1]luclarimundo@yahoo.com.br
[2]sandro.mazorche@ufjf.edu.br

Uma vez encontrada as fórmulas para os cálculos, contextualizamos esses conceitos em situações problemas para dar ênfase à importância de tais conceitos, mostrando como a matemática está inserida nos problemas da vida real. Para o aperfeiçoamento do professor, usamos o Princípio de Indução Matemática (PIM) [2], para mostrar a validade para todo n natural de algumas expressões desenvolvidas. Com construções como as da figura 2 (a) mostramos que a soma dos cubos dos n primeiros números naturais consecutivos é igual ao quadrado da soma dos n primeiros números naturais consecutivos, ou seja: $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = (1 + 2 + 3 + ... + n)^2$.

A partir do momento em que o aluno já sabe operar com frações, podemos introduzir o conceito de soma de infinitos termos de uma progressão geométrica convergente fazendo construções como a da figura 2 (b), onde estamos mostrando a convergência de $1 + 2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{8} + 5 \cdot \frac{1}{16} + ...$ para 4.

(a) $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = (1 + 2 + 3 + ... + n)^2$

(b) $1 + 2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{8} + 5 \cdot \frac{1}{16} + ... = 4$

Figura 2: Soma de cubos e uma convergência para 4

Apresentamos o símbolo de somatório $\sum$ (letra grega denominada sigma), procurando desenvolver e mostrar, através de manobras algébricas, alguns exemplos de séries convergentes. Através de comparações de frações, mostramos a divergência da Série Harmônica.

Acreditamos que, com essa abordagem, estamos fornecendo aos professores de Ensino Fundamental 2 e Médio um pouco mais de ferramentas para abordar temas que mexam com o imaginário dos alunos, como o fato de somar intermináveis termos positivos de uma série e o resultado incrivelmente não ultrapassar um determinado número real k qualquer.

Agradecimentos

Ao PROFMAT/UFJF e à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa de Mestrado.

Referências

[1] CLARIMUNDO, L. J. Introduzindo as ideias de séries numéricas nos ensinos fundamental e médio, Dissertação de Mestrado, UFJF, 2020.

[2] MORGADO, A. C. e CARVALHO, P. C. P. *Matemática discreta. 1a. edição.* SBM, Rio de Janeiro, 2013.