

## Um estudo da divergência do campo magnético para o problema de Kelvin-Helmholtz em uma simulação MHD

Michel Platini Bilitardo dos Santos<sup>1</sup>

IFSP, Cubatão, SP

Anna Karina Fontes Gomes<sup>2</sup>

IFSP, Cubatão, SP

Margarete Oliveira Domingues<sup>3</sup>

INPE, São José dos Campos, SP

Quando deseja-se estudar o comportamento macroscópico do plasma, o qual pode ser descrito como um fluido eletricamente condutor sob a influência de um campo magnético, utiliza-se a modelagem magneto-hidrodinâmica (MHD), composta por um sistema de equações diferenciais que pode ser obtido a partir das equações de Euler e das leis de Maxwell [4]. Neste modelo, a lei de Gauss do magnetismo impõe uma restrição de divergência nula ao campo magnético que pode não ser satisfeita em uma simulação numérica e, portanto, se torna necessário o uso de ferramentas numéricas que garantam a não ocorrência de monopólos magnéticos ou instabilidades na solução gerada por essa violação [1].

Neste trabalho, é utilizada uma correção parabólica-hiperbólica de divergência, que provoca a dissipação dos erros locais da divergência e a propagação dos erros para a fronteira do domínio [2]. A utilização dessa correção já se mostrou adequada na obtenção da solução numérica do modelo MHD em duas e três dimensões [5]. Portanto, o objetivo deste trabalho é avaliar o comportamento da divergência do campo magnético na simulação de um modelo MHD resistivo com a correção parabólica-hiperbólica, em abordagem de malha uniforme e de multirresolução adaptativa, para um problema de Kelvin-Helmholtz [3]. A forma quase conservativa desse modelo, junto com a correção parabólica-hiperbólica, é dada por

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot \left[ \rho \mathbf{u} \mathbf{u} + \left( p + \frac{|\mathbf{B}|^2}{2} \right) \mathbf{I} - \mathbf{B} \mathbf{B} \right] = \mathbf{0} \quad (1b)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + \nabla \cdot \left[ (\mathcal{E} + p) \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \left( \frac{|\mathbf{B}|^2}{2} \mathbf{I} - \mathbf{B} \mathbf{B} \right) \right] = \nabla \cdot [\mathbf{B} \times \eta (\nabla \times \mathbf{B})] \quad (1c)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \mathbf{B} - \mathbf{B} \mathbf{u} + \nabla \phi) = -\nabla \times (\eta \nabla \times \mathbf{B}) \quad (1d)$$

em que  $\rho$  é densidade da massa,  $\mathbf{B}$  o vetor campo magnético,  $p$  a pressão total,  $\mathbf{u}$  o vetor velocidade e  $\mathcal{E} = \frac{p}{\gamma-1} + \frac{\mathbf{B}^2}{2} + \rho \frac{\mathbf{u}^2}{2}$  a densidade total de energia, com  $\gamma$  a constante adiabática, e  $\eta$  a resistividade. Para a simulação numérica do modelo MHD resistivo, é utilizado o código CARMEN-MHD<sup>4</sup>, que

<sup>1</sup>m.platini@aluno.ifsp.edu.br

<sup>2</sup>anna.gomes@ifsp.edu.br

<sup>3</sup>margarete.domingues@inpe.br

<sup>4</sup><https://waveletapplications.github.io/carmenMHD/>

utiliza o método dos volumes finitos para a discretização espacial, reconstrução MUSCL, fluxo numérico HLLD e evolução temporal Runge-Kutta compacto de ordem 2 para as variáveis do modelo, além de um algoritmo adaptativo de multirresolução [6].

Na Figura 1, observa-se que os valores da divergência máxima de  $\mathbf{B}$  assumem valores uma ordem de grandeza a mais quando é utilizada a abordagem adaptativa. Além disso, a curva obtida para o caso uniforme tem um comportamento de crescimento mais suavizado, quando comparado com o caso adaptativo, o qual exibe comportamento oscilatório. Esses resultados sugerem que a diminuição na quantidade de células para a simulação do modelo ao longo do tempo tem um impacto significativo no aumento da divergência máxima de  $\mathbf{B}$ . No entanto, a precisão da solução adaptativa para o problema apresentado se mantém na mesma ordem de grandeza do caso uniforme [5], ou seja, o aumento notado em  $\nabla \cdot \mathbf{B}$  não tem um impacto significativo na topologia da solução numérica. Conclui-se, então que a correção utilizada é eficiente para o controle de erros na simulação do problema de Kelvin-Helmholtz.

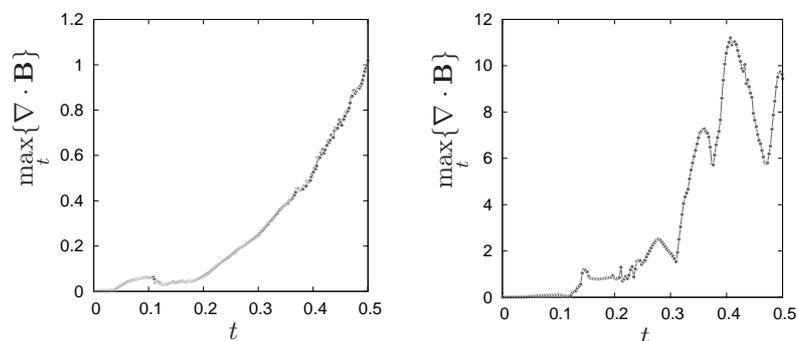


Figura 1: Valores da Divergência máxima do campo magnético obtidos ao longo do tempo para o problema Kelvin-Helmholtz, em malha uniforme (esquerda) e adaptativa (direita) com  $256 \times 256$  no modelo MHD resistivo.

## Referências

- [1] Brackbill, J. U. and Barnes, D. C. The effect of nonzero  $\nabla \cdot \mathbf{B}$  on the numerical solution of the Magnetohydrodynamic equations, *Journal of Computational Physics*, 35, 1980.
- [2] Dedner, A., Kemm, F., Kröner, D., Munz, C.-D., Schnitzer, T. and Wesenberg, M. Hyperbolic divergence cleaning for the MHD equations, *Journal of Computational Physics*, 175, 645-673, 2002.
- [3] Frank, A., Jones, T. W., Ryu, D. and Gaalaas, J. B. The magnetohydrodynamic Kelvin-Helmholtz instability: A two-dimensional numerical study, *The Astrophysical Journal*, 460, 1996.
- [4] Goedbloed, J. P., Poedts, S. *Principles of Magnetohydrodynamics*, 13a. edição. Cambridge University Press, Nova York, 2004.
- [5] Gomes, A. K. F., Domingues, M. O., Mendes, O., Schneider, K. Adaptive two- and three-dimensional multiresolution computations of resistive magnetohydrodynamics, *Advances in Computational Mathematics*, 2021. DOI: 10.1007/s10444-021-09845-y.
- [6] Harten, A. Adaptive multiresolution schemes for shock computations, *Journal of Computational Physics*, 115, 319-338, 1994.