Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 5, N. 1, 2017.

Trabalho apresentado no CNMAC, Gramado - RS, 2016.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Solução Não Espectral das Equações S_N de Transporte em Geometria Cartesiana

Bruna Rigolli[1]
Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, UFRGS, Porto Alegre, RS
Cynthia F. Segatto[2]
Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, UFRGS, Porto Alegre, RS

1 Introdução

Recentemente foi apresentado um esquema recursivo que constrói hierarquicamente a solução LTS_N de problemas anisotrópicos a partir da solução de problemas isotrópicos [1]. Neste trabalho, usamos a ideia do método recursivo para obter uma solução não espectral para as equações S_N em uma placa. O método Não Espectral visa evitar o cálculo de autovalores da matriz LTS_N associada ao problema que crescem em magnitude com a ordem de quadratura e assim proporcionar o desacoplamento do sistema de equações diferenciais ordinárias a ser resolvido. Resultados numéricos são apresentados.

2 O Método Não Espectral

Com a finalidade de apresentarmos uma solução não espectral para as equações S_N, vamos considerar as equações S_N em sua forma matricial. Decompomos a matriz A resultante desta equação diferencial ordinária de 1^a ordem, como a soma de sua diagonal mais o seu complemento ($A = D + A_C$). Este procedimento permite a construção de um sistema de equações diferenciais ordinárias com uma fonte desconhecida, a qual carrega a informação contida na matriz complementar. O processo recursivo é dado por

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dx}\Psi^0(x) - D\Psi^0(x) = Q(x) \\ \Psi(0) = f, \quad \mu > 0 \\ \Psi(x_0) = g, \quad \mu < 0 \end{array} \right. \quad e \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dx}\Psi^k(x) - D\Psi^k(x) = A_C\Psi^{k-1} \\ \Psi(0) = 0, \quad \mu > 0 \\ \Psi(x_0) = 0, \quad \mu < 0 \end{array} \right. \tag{1}$$

para $k = 1, 2, \cdots$. Devemos observar que o primeiro sistema em recursão possui a fonte conhecida e as condições de contorno do problema original. Além disso, por ser diagonal, possui solução conhecida como exponencial de uma matriz diagonal. As equações restantes

[1] bruna.rigolli@ufrgs.br
[2] cynthia.segatto@ufrgs.br

 © 2017 SBMAC

são avaliadas considerando o termo fonte como a solução do problema anterior do sistema recursivo e condições de contorno homogêneas. Observamos que as soluções das EDOs são totalmente desacopladas.

3 Resultados Numéricos

Consideramos placa de tamanho $x_0 = 1\,cm$, seção de choque de espalhamento $\sigma_s = 0.95\,cm^{-1}$, seção de choque total $\sigma_t = 1\,cm^{-1}$, com condições de contorno $\Psi(0) = 1$ para $\mu > 0$ e $\Psi(x_0) = 0$ para $\mu < 0$. Calculamos o termo integral de cada recursão k via quadratura de Gauss-Legendre e interpolamos o termo $Ac\Psi^{k-1}$ por Spline Cúbico Restrito considerando 100 pontos.

Tabela 1: Fluxos escalares via método Não Espectral e LTS_N Clássico - Anisotropia L=8.

Posição	Quadratura	Não Espectral	Clássico	$\varepsilon_{N,C}$
	40	$1,29152733E+00$	$1,29152736E+00$	$1,75529E-08$
$x=0$	100	$1,29160693E+00$	$1,29160705E+00$	$8,71163E-08$
	300	$1,29161914E+00$	$1,29162029E+00$	$8,90176E-07$
	40	$9,23291577E-01$	$9,23291595E-01$	$1,96872E-08$
$x=0.5$	100	$9,23270251E-01$	$9,23270277E-01$	$2,74643E-08$
	300	$9,23266878E-01$	$9,23266975E-01$	$1,05077E-07$
	40	$6,05927896E-01$	$6,05927902E-01$	$9,03573E-09$
$x=1$	100	$6,05833511E-01$	$6,05833459E-01$	$8,63191E-08$
	300	$6,05818492E-01$	$6,05817762E-01$	$1,20421E-06$

Observe que o número de equações consideradas no sistema recursivo é escolhido de forma a obter uma precisão pré determinada.

4 Conclusões

Ao final do trabalho podemos inferir que a solução das equações S_N pode ser obtida via método não espectral. Destacamos que a precisão obtida foi a mesma que a do caso espectral, entretanto, não foi necessário o cálculo de autovalores e autovetores.

Referências

[1] T. Foletto, C.F. Segatto, B.E. Bodmann, and M.T. Vilhena. On a hierarchical construction of the anisotropic LTS_N solution from the isotropic LTS_N solution. *Anais do International Nuclear Atlantic Conference - INAC*, 2015

[2] B. Rigolli, Método LTS_N Não Espectral, Dissertação de Mestrado em Matemática Aplicada, Ufrgs, (2015)

 © 2017 SBMAC