Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 8, n. 1, 2021.

Trabalho apresentado no XL CNMAC, Evento Virtual - Co-organizado pela Universidade do Mato Grosso do Sul (UFMS).

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Um estudo sobre o problema de alocação de turmas em salas

Beatriz Aria Valladão[1]
Kelly Cristina Poldi[2]
DMA/UNICAMP, Campinas, SP

O Problema de Alocação (Burkard *et al.* [1]) resume-se em designar uma tarefa a um certo agente, buscando a melhor combinação tarefa-agente de forma a satisfazer determinadas condições.

Temos como objetivo principal analisar a alocação de turmas nos prédios Ciclo Básico I (CB) e o Ciclo Básico II (PB) da UNICAMP. Para isso, consideramos os dados das turmas (tarefas): código da disciplina, dias da semana que são oferecidas as aulas, respectivos horários, duração das aulas e a quantidade de matriculados na turma; e os dados das salas de aula (agentes): número de identificação da sala e sua capacidade.

Para estudo inicial, foram desenvolvidos três modelos simplificados de alocação, ambos possuindo duas versões de modelagem. A primeira versão considera que cada turma ocupa um espaço fixo de 2 horas/aula no cronograma, e a segunda versão utiliza os horários reais das aulas (horário de início e duração). Para essas duas versões, propusemos modelos com três diferentes objetivos:

- **Modelo 1:** busca uma solução que satisfaça as condições básicas de alocação (ver abaixo);
- **Modelo 2:** visa minimizar a quantidade de salas utilizadas durante a semana;
- **Modelo 3:** tenta alocar turmas em salas cuja lotação seja próxima à quantidade de alunos.

Nesses modelos, efetuamos a alocação por dia da semana, e em cada prédio (CB e PB) separadamente. Para representar o problema de maneira mais real, desenvolvemos os **modelos 4** e **5**, dessa vez considerando as salas do CB e PB juntas na alocação além dos horários verdadeiros das aulas. Como foco, para disciplinas com mais de uma aula durante a semana (várias turmas da mesma disciplina), queremos colocá-las em salas tão próximas quanto possível. Se todas as turmas da mesma disciplina forem alocadas na mesma sala, diremos que a disciplina foi **satisfeita** (160 disciplinas podem ser satisfeitas no total).

Temos m turmas para alocar, n salas disponíveis, p horários diferentes para as aulas e q dias da semana. E sejam c_j a capacidade da sala j, t_i a quantidade de alunos na turma i, h_{il} o horário da aula da turma i no dia l, e d_{il} a duração da aula da turma i no dia l. Também, as 18 salas de aula do CB são as salas $1, \dots, 18$, e as 18 salas do PB são as salas $19, \dots, 36$.

Se a turma i não tem aula no dia l, consideramos para fins de modelagem que essa aula existe, porém, em um horário inválido ($h_{il} = p + 1$) e com duração de uma hora-aula ($d_{il} = 1$). Assim, criamos um indicador para auxiliar na penúltima restrição, de forma que $\text{ind}_k = 0$ se $k = p + 1$ e $\text{ind}_k = 1$ caso contrário. Definimos também a expressão $\text{uso}_{ijl} = \sum_{k=h_{il}}^{h_{il}+d_{il}-1} x_{i,j,k,l}$, que representa a quantidade de horários na sala j que estão ocupados durante o período de aula da turma i.

Queremos então determinar $x_{i,j,k,l} = 1$ se a turma i foi alocada na sala j no horário k do dia l, e $x_{i,j,k,l} = 0$ caso contrário, com $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, $k = 1, \dots, p+1$ e $l = 1, \dots, q$.

As restrições básicas do problema, que são comum aos dois modelos, são tais que

- não permitem que uma turma i seja alocada em uma sala j com capacidade menor que a quantidade t_i de alunos na turma: $x_{i,j,k,l} \cdot t_i \leq c_j$ para todo $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, $k = 1, \dots, p$ e $l = 1, \dots, q$;

[1]bia.aria@gmail.com
[2]kelly@ime.unicamp.br

- permite alocar no máximo uma turma i para cada sala, horário e dia j, k e l, respectivamente: $\sum_{i=1}^{m} x_{i,j,k,l} \leq 1$ para todo $j = 1, \ldots, n$, $k = 1, \ldots, p$ e $l = 1, \ldots, q$;
- garantem que se a turma i está alocada na sala j, todos os horários necessários $(h_i, \ldots, h_i + d_i - 1)$ devem ser alocados também: $\text{uso}_{ijl} = x_{i,j,h_{il},l} \cdot d_{il}$ para todo $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$ e $l = 1, \ldots, q$;
- garantem que cada turma i no dia l é alocada (se exigido) em alguma sala j: $\sum_{j=1}^{n} x_{i,j,h_{il},l} = \text{ind}_{h_{il}}$ para todo $i = 1, \ldots, m$ e $l = 1, \ldots, q$;
- as variáveis de decisão $x_{i,j,k,l}$ são binárias: $x_{i,j,k,l} \in \{0, 1\}$ para todo $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$, $k = 1, \ldots, p$ e $l = 1, \ldots, q$.

Seja $\text{dist}_{j_1 j_2}$ uma medida de distância (peso) entre duas salas quaisquer j_1 e j_2. Se forem iguais, a distância é -1; se forem no CB, do mesmo lado do prédio (ambas no lado par ou no lado ímpar) e a distância real entre as salas for menor ou igual a 3 salas, a distância dada é 0; caso forem no PB, e a separação real for menor ou igual a 4, a distância dada é 0. Caso contrário, considera-se que as salas não são suficientemente próximas, e consequentemente é dado um peso de distância maior, igual a +1.

Modelo 4

$$\begin{aligned} \min \quad & z_4 = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j_1=1}^{n} \sum_{j_2=1}^{n} \sum_{l_1=1}^{q-1} \sum_{l_2=l_1+1}^{q} \text{dist}_{j_1 j_2} \cdot x_{i,j_1,h_{il_1},l_1} \cdot x_{i,j_2,h_{il_2},l_2} \\ \text{s.a.:} \quad & \text{[conjunto básico de restrições]} \end{aligned} \tag{1}$$

Modelo 5

Aqui ponderamos também a quantidade de salas utilizadas durante a semana (180 salas podem ser usadas no total). Seja u_{jl} a variável que indica se a sala j é utilizada no dia l ou não, onde $u_{jl} = 1$ se $\sum_{i=1}^{n} x_{i,j,h_{il},l} > 0$, e $u_{jl} = 0$ caso contrário; e ρ um peso (importância) para esse objetivo.

$$\begin{aligned} \min \quad & z_5 = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j_1=1}^{n} \sum_{j_2=1}^{n} \sum_{l_1=1}^{q-1} \sum_{l_2=l_1+1}^{q} \text{dist}_{j_1 j_2} \cdot x_{i,j_1,h_{il_1},l_1} \cdot x_{i,j_2,h_{il_2},l_2} + \rho \cdot \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{q} u_{jl} \\ \text{s.a.:} \quad & \text{[conjunto básico de restrições]} \\ & \sum_{i=1}^{n} x_{i,j,h_{il},l} \leq p \cdot u_{jl}, \qquad j = 1, \ldots, n \text{ e } l = 1, \ldots, q, \\ & u_{jl} \in \{0, 1\}, \qquad j = 1, \ldots, n \text{ e } l = 1, \ldots, q. \end{aligned} \tag{2}$$

Ademais, implementamos duas heurísticas que exploram os mesmos objetivos dos modelos 4 e 5, cujas soluções foram construídas de forma gulosa (**G**), buscando sempre a melhor opção local, e com uma determinada aleatoriedade (**AA**), visando proporcionar uma variação na solução.

O cronograma de referência para o desenvolvimento dos modelos e análise dos resultados foi o dos dias 19 a 23 de agosto de 2019, retirados do site do Ciclo Básico da UNICAMP [2].

O **modelo 4** simula de forma mais realista o problema do que os **modelos 1**, **2** e **3**, mostrando resultados relevantes, com todas as 160 disciplinas satisfeitas. Variando o parâmetro ρ do **modelo 5**, observamos que possivelmente há multiplicidade de soluções ótimas, com 133 sendo o número mínimo de salas que podem ser usadas (de um total de 180).

A solução da **heurística G** nos deu uma quantidade satisfatória de salas usadas, já a construção da heurística possibilitou menor variedade de salas em relação ao modelo 4, mas também uma quantia pequena de disciplinas satisfeitas. Testando os parâmetros da **heurística AA**, conseguimos uma solução que satisfaz 116 disciplinas ocupando 134 salas, porém com outra configuração obtemos uma solução próxima (113 disciplinas satisfeitas) utilizando 20 vezes menos iterações.

Referências

[1] R. E. Burkard, M. Dell'Amico, and S. Martello. *Assignment problems*. Springer, 2009.

[2] Calendário de aulas dos prédios do ciclo básico. Data base: 19/08/2019 a 23/08/2019. https://cronograma.basico.unicamp.br/calendario/predio/1/190819.

