Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 8, n. 1, 2021.

Trabalho apresentado no XL CNMAC, Evento Virtual - Co-organizado pela Universidade do Mato Grosso do Sul (UFMS).

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Modelo de risco coletivo com informação *fuzzy*

Yuri T. Pinto [1]
Cláudio E. L. da Silva [2]
Leandro Ferreira [3]
Silvio A. B. Salgado [4]
ICSA/UNIFAL, Varginha, MG

1 Introdução

Em precificação de seguros, o modelo de risco coletivo pode ser utilizado no cálculo do prêmio para o segurado. Nesse caso, as seguradoras podem agrupar as apólices em grupos de segurados que apresentam características semelhantes, obtendo grupos de baixo, médio ou grande risco, de acordo com parâmetros (parâmetros de risco) associados as distribuições de probabilidade referentes a cada grupo. O autor em [2] afirma que o *sinistro agregado* de uma carteira de apólices é equivalente à soma de todos os sinistros individuais desta carteira, e este pode ser calculado pelo modelo de risco coletivo. Segundo [2], assume-se que o *sinistro agregado* S segue uma distribuição composta. Assim, seja N o *número de sinistros ocorridos* de uma determinada carteira e seja X_i o *valor do sinistro individual* referente a i-ésima ocorrência, então o *sinistro agregado* S será dado por

$$S = X_1 + X_2 + ... + X_N = \sum_{i=1}^{N} X_i \tag{1}$$

em que X_1, X_2,...,X_N são independentes e identicamente distribuídas e, N e X são independentes.

Incertezas podem estar presentes nos parâmetros das distribuições de probabilidade que caracterizam os grupos de apólices, sendo que tais incertezas podem ser modeladas via lógica *fuzzy*. O objetivo deste trabalho é realizar um estudo do modelo de risco coletivo com informação *fuzzy*, considerando que o parâmetro da distribuição de probabilidade da variável aleatória *número de sinistros ocorridos* é incerto, modelado por um número *fuzzy*.

2 Conjuntos *fuzzy*

A lógica *fuzzy*, baseada na teoria dos conjuntos *fuzzy*, é uma ferramenta utilizada para modelar informações vagas, imprecisas e/ou ambíguas [3]. Seja U um conjunto clássico e A um subconjunto *fuzzy* de U, a função $\mu_A : U \to [0,1]$ é definida como função de pertinência do subconjunto *fuzzy* A, sendo que $\mu_A(x) \in [0,1]$ indica o grau de pertinência do elemento x de U no subconjunto *fuzzy* A. O α-nível de A é o subconjunto clássico de U definido por $[A]^\alpha = \{x \in U : \mu_A(x) \geq \alpha\}$, para $\alpha \in (0,1]$. Define-se $[A]^0$ como o fecho do suporte de A, que é indicado por $\overline{supp A} = \overline{\{x \in U : \mu_A(x) > 0\}}$.

[1] yuri.pinto@sou.unifal-mg.edu.br
[2] claudio.estevam@sou.unifal-mg.edu.br
[3] leandro.ferreira@unifal-mg.edu.br
[4] silvio.salgado@unifal-mg.edu.br

Um subconjunto *fuzzy* A é considerado um número $fuzzy$ quando o conjunto universo de $\mu_A(x)$ é o conjunto dos números reais $\mathbb{R}$ e satisfaz as seguintes condições: todos os α-níveis de A são não vazios; todos os α-níveis de A são intervalos fechados de $\mathbb{R}$ e; $suppA = \{x \in \mathbb{R} : \mu_A(x) > 0\}$ é limitado [1].

3 Metodologia

Foram consideradas que a variável aleatória *valor do sinistro individual* (X) segue uma distribuição gama com parâmetros α e β $(X \sim Gama(\alpha, \beta))$ e que a variável aleatória *número de sinistros ocorridos* (N) segue uma distribuição de Poisson com parâmetro λ $(N \sim Poisson(\lambda))$, sendo λ representado pelo número *fuzzy* triangular $\tilde{\lambda} = (a; b; c)$. Considerando os diferentes α-níves de $\tilde{\lambda}$, representados pelos intervalos $\tilde{\lambda}^\alpha = \left[\tilde{\lambda}^\alpha_{inf}, \tilde{\lambda}^\alpha_{sup}\right]$, foi observado o comportamento dos α-níves relacionados ao *sinistro agregado* (S), representados por $\tilde{S}^\alpha = \left[\tilde{S}^\alpha_{inf}, \tilde{S}^\alpha_{sup}\right]$, para todo $\alpha \in [0, 1]$.

4 Resultados

Para a análise do modelo de risco coletivo, foram considerados o número *fuzzy* triangular $\tilde{\lambda} = (4; 5; 6)$ e que $X \sim Gama(100,\ 0,02)$. De acordo com diferentes valores de α-níveis, a Tabela 1 apresenta os resultados obtidos para os 10000 valores simulados de S, onde $M1$ e $M2$ representam as médias referentes a $\tilde{S}^\alpha_{inf}$ e $\tilde{S}^\alpha_{sup}$, respectivamente. Na Tabela 1, também são apresentadas as diferenças entre $M2$ e $M1$ (DIF). Pode-se notar que as $DIFs$ diminuem com o aumento do valor do α-nível, ou seja, quanto menor a incerteza sobre λ, menor a diferença entre $M2$ e $M1$. O modelo de risco coletivo com informação *fuzzy* traz uma análise mais completa por considerar diferentes níveis de incertezas quanto ao parâmetro de risco λ.

Tabela 1: Resultados obtidos para as médias dos valores simulados de S.

α	$\tilde{\lambda}^\alpha_{inf}$	$\tilde{\lambda}^\alpha_{sup}$	$M1$	$M2$	DIF
0,1	4,1	5,9	20383,50	29728,36	9344,86
0,3	4,3	5,7	21473,10	28529,45	7056,35
0,7	4,7	5,3	23400,69	26606,31	3205,62
1,0	5,0	5,0	24906,60	25019,59	112,99

Fonte: Elaboração própria do autor.

Agradecimentos

Agradecimento à PROBIC/UNIFAL pela concessão da bolsa.

Referências

[1] Barros, L. C., Bassanezi, R. C. Tópicos de lógica fuzzy e biomatemática, 3a. edição. IMECC/UNICAMP, Campinas, 2015.

[2] Tse, Y. K. *Nonlife actuarial models: theory, methods and evaluation.* Cambridge University Press, 2009.

[3] Zadeh, L. A. Fuzzy sets. Information and control, 8:338-353, 1965. DOI: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X.

