Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 8, n. 1, 2021.

Trabalho apresentado no XL CNMAC, Evento Virtual - Co-organizado pela Universidade do Mato Grosso do Sul (UFMS).

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Gerando funções analíticas a partir de Wavelets de Daubechies

Alan Pedro Vasconcelos Martins[1]
Paulo César Linhares da Silva[2]
Maria Joseane F.G Macêdo[3]
Centro de Ciências Exatas e Naturais, UFERSA, Mossoró, RN

1. Introdução

O estudo de funções analíticas é essencial para os diversos campos da ciência e tecnologia. A partir delas, pode-se utilizar métodos numéricos para obter aproximações de expressões complexas, soluções numéricas de equações diferenciais [1] e modelagem matemática [2]. Diante deste contexto, propõe-se uma análise dessa classe de funções a partir das Wavelets de Daubechies.

As Wavelets de Daubechies [3] são funções com suporte compacto capazes de gerar, decompor ou analisar sinais. Assim, possibilitam contornar dificuldades da transformada de Fourier em analisar sinais no domínio do tempo e da frequência simultaneamente. Deste modo, desenvolveu-se procedimentos numéricos na linguagem Python para gerar funções analíticas utilizando essas Wavelets.

2. Metodologia

Nesta secção, realiza-se um procedimento numérico para gerar funções analíticas utilizando wavelets de Daubechies. De modo geral, qualquer função f polinomial pode ser representada em termos de uma base de Wavelets [3], como a seguir:

$$x^k = \sum_{m=a}^{b} \frac{M_m^k}{2^{jk}} \phi(2^j x - m). \tag{1}$$

Em que a, b são inteiros, m e j são as respectivas translação e a resolução da wavelet ϕ. Os coeficientes M_m^k são chamados momentos das funções escalas [4]. A expressão (2) é a forma do polinômio de Taylor de grau n, desenvolvida em torno do ponto $x_0 = 0$

$$f(x) \approx \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(0)}{k!}(x)^k. \tag{2}$$

Aplicando (2) para a função $f(x) = e^x$ com $n = 3$, obtém-se a forma do polinômio de Taylor para a função exponencial,

$$e^x \approx \sum_{n=0}^{3} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}. \tag{3}$$

Usando Wavelets de Daubechies de gênero 4, 6, 8 e substituindo (1) em (3), escreve-se a função f aproximada. Os limites (a, b) usados para o somatório em (1) dependem da quantidade de translações da função ϕ. A Figura 1, mostra dois gráficos comparando a função exponencial com a função gerada em termos de Wavelets de Daubechies, com $j = 0$.

[1]alanpedro13@gmail.com.
[2]linhares@ufersa.edu.br.
[3]joseane@ufersa.edu.br.

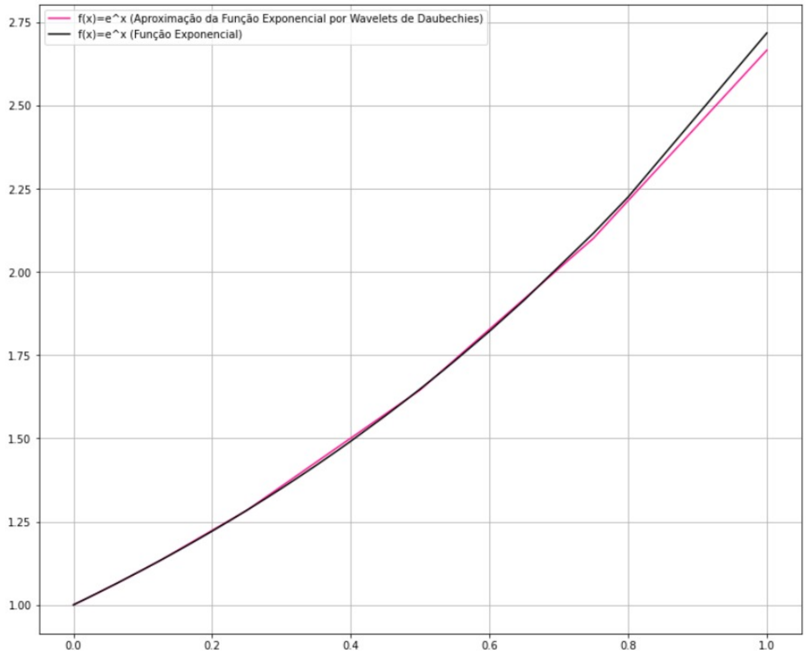

Figura 1: Gráfico da função exponencial versus a função gerada por Wavelets.

3. Considerações Finais

Verificou-se que a aproximação para as funções analisadas foi bastante satisfatória, conforme ilustra a Figura 1. Em trabalhos futuros serão utilizados outros tipos de wavelets como, por exemplo, as Interpolets de Dubuc, para gerar outras funções analíticas.

Agradecimentos

Os autores agradecem à UFERSA.

Referências

[1] Shi, D., Du, H. *New reproducing kernel Chebyshev Wavelets method for solving a fractional telegraph equation.* Computational Applied Mathematics, 126, Springer, 2021.

[2] Mohammad,M., Trounev,A and Cattani,C. *The dynamics of COVID-19 in the UAE based on fractional derivative modeling using Riesz wavelets simulation.* Advances in Difference Equations, 115, Springer, 2021.

[3] Silva, P.C.L. *Optical Fiber Coupler Analysis Using Daubechies Wavelets.* Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications , Brazil, 2020.

[4] Silva, P.C.L. *Use of Daubechies Wavelets in the Representation of Analytical Functions, chapter 15.* IntechOpen, Englad, 2020.

.