

## Ressonância de eveccção na órbita baixa da Terra

Jackson dos Santos Lima<sup>1</sup>

CETENS/UFRB, Feira de Santana, BA

Basílio Fernandez Fernandez<sup>2</sup>

PPGM/UEFS, Feira de Santana, BA

Tiago Silva e Silva<sup>3</sup>

CETENS/UFRB, Feira de Santana, BA

Jean Paulo dos Santos Carvalho<sup>4</sup>

CETENS/UFRB, Feira de Santana, BA

Em [1] e [2] os autores analisam o efeito da ressonância de eveccção, levando em conta a pressão de radiação solar (PRS), sobre a evolução de objetos em órbita baixa da Terra. Aqui, neste trabalho, consideramos um modelo da PRS e do achatamento da Terra ( $J_2$ ) no modelo de média simples para investigar o efeito da ressonância de eveccção como apresentado em [1]. Em [1] seis tipos de ressonâncias são consideradas. Aqui, analisamos o efeito de uma dessas ressonâncias, representada por  $\psi_1 = \dot{\Omega} + \dot{\omega} - \lambda_{\odot} = 0$ , em que  $\dot{\Omega}$  e  $\dot{\omega}$  são as derivadas da longitude do nodo ascendente ( $\Omega$ ) e do argumento do perigeu ( $\omega$ ) do detrito com relação ao tempo, respectivamente. E  $\lambda_{\odot}$  é o movimento médio da órbita da Terra em torno do Sol. Investigamos o comportamento de detritos espaciais na região da órbita baixa da Terra. De acordo com [1], se considerarmos valores baixos da razão área-massa, o efeito combinado do arrasto atmosférico e as ressonâncias devido a PRS podem reduzir significativamente a vida útil do objeto. O potencial perturbador é descrito na forma  $R = \langle R_{J_2} \rangle + \langle R_{PRS} \rangle$ , em que  $R_{J_2}$  é dado por  $\langle R_{J_2} \rangle = -\frac{1}{4} \frac{J_2 R_M^2}{(1-e^2)^{3/2}} n^2 (3\sin^2(i) - 2)$  em que  $a$ ,  $i$ ,  $e$ ,  $n$  são o semieixo maior, inclinação e excentricidade e movimento médio do detrito, respectivamente. Aqui  $R_M$  é o raio médio da Terra. O efeito da PRS é descrito pela equação

$$\begin{aligned} \langle R_{PRS} \rangle = & -\frac{3}{8}(-(\cos(\epsilon) - 1)(\cos(i) - 1) \cos(-\lambda_{\odot} + \omega - \Omega) + (1 + \cos(\epsilon))(\cos(i) - 1) \times \\ & \cos(\omega - \Omega + \lambda_{\odot}) - (1 + \cos(\epsilon))(1 + \cos(i)) \cos(\omega + \Omega - \lambda_{\odot}) - 2 \sin(i) \sin(\epsilon) \times \\ & \cos(-\lambda_{\odot} + \omega) + (\cos(\epsilon) - 1)(1 + \cos(i)) \cos(\lambda_{\odot} + \omega + \Omega) + 2 \sin(i) \sin(\epsilon) \cos(\lambda_{\odot} + \omega)) \\ & n_{\odot}^2 e \beta a_{\odot} a \end{aligned} \quad (1)$$

em que  $a_{\odot}$  é o semieixo maior da Terra em torno do Sol,  $\epsilon$  é a obliquidade da Terra,  $\beta = \frac{\sigma^*}{\sigma}$ ,  $\sigma^* = \frac{L_{\odot}}{c 2\pi\mu_{\odot}}$ . Aqui,  $L_{\odot}$  é a luminosidade do Sol,  $c$  é a velocidade da luz,  $\mu_{\odot}$  é o parâmetro gravitacional do Sol. Para o caso da Terra,  $\sigma^* = 1,53 \text{ g/m}^2$ . Em que  $\sigma$  é a massa ( $m$ ) total da espaçonave (detrito) dividida pela área ( $A$ ) do objeto,  $\sigma = m/A$  expresso em  $\text{g/m}^2$ ,  $\lambda_{\odot} = n_{\odot}t$  é a longitude média do Sol e  $t$  o tempo. Substituindo o potencial perturbador  $R$  nas equações planetárias de Lagrange obtemos

<sup>1</sup>jacksonmusico2@gmail.com

<sup>2</sup>basilio.fernandez@hotmail.com

<sup>3</sup>tiagofsa8@gmail.com

<sup>4</sup>jeanfeg@gmail.com

$$\dot{\Omega}_{PRS} = -(3/8)(1 + \cos(\epsilon))\cos(\Omega + \omega - \lambda_{\odot})\beta n_{\odot}^2 e a_{\odot} / \left( \sqrt{\mu/a^3} \sqrt{-e^2 + 1} a \right) \quad (2)$$

$$\dot{\omega}_{PRS} = (3/8)\beta n_{\odot}^2 a_{\odot} (1 + \cos(\epsilon))(-e^2 + \cos(i) + 1)\cos(\Omega + \omega - \lambda_{\odot}) / \left( \sqrt{\mu/a^3} \sqrt{-e^2 + 1} a e \right) \quad (3)$$

$$\dot{\omega}_{J_2} = \frac{3}{2} \frac{J_2 n R_M^2 ((\cos(i))^2 - 3/2(\sin(i))^2 + 1)}{(e^2 - 1)^2 a^2} \quad (4)$$

$$\dot{\Omega}_{J_2} = -\frac{3}{2} \frac{n J_2 R_M^2 \cos(i)}{(e^2 - 1)^2 a^2} \quad (5)$$

Assim, obtemos  $\dot{\Omega} = \dot{\Omega}_{PRS} + \dot{\Omega}_{J_2}$  e  $\dot{\omega} = \dot{\omega}_{PRS} + \dot{\omega}_{J_2}$ , substituindo esses termos na equação de  $\psi_1$  e isolando o semieixo maior ressonante ( $a_{res}$ ) obtemos a Figura 1, semieixo maior ressonante pela inclinação da órbita.

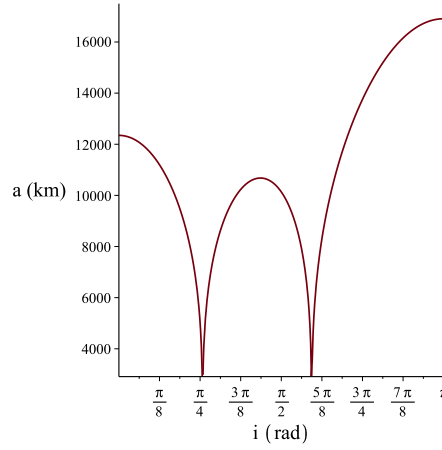


Figura 1: Localização da ressonância  $\psi_1 = \dot{\Omega} + \dot{\omega} - \lambda_{\odot} = 0$  para  $a$  em função de  $i$ . Com as seguintes condições iniciais  $\Omega = 0$ ,  $\omega = 0$  e  $e = 0,01$ .

Na Figura 1 temos a localização da ressonância de eveccção, em que podemos observar os valores de semieixo maior e inclinação onde ocorre a maior variação na excentricidade da órbita do detrito. A combinação desses parâmetros pode ser explorada para provocar a reentrada de um satélite ou detrito. Desse modo, confirmando o resultado obtido por [1], a ressonância  $\psi_1$  é responsável pela maior variação na excentricidade do objeto. Aproveitamos o efeito da ressonância de eveccção de modo a tornar mais eficiente os esforços em provocar a reentrada de satélite artificial no final de sua vida útil.

## Referências

- [1] Alessi, E. M., Schettino, G., Rossi, A., and Valsecchi, G. B. Solar radiation pressure resonances in low earth orbits. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 473:2407–2414, 2018.
- [2] Schettino, G., Alessi, E. M., Rossi, A., and Valsecchi, G. B. Exploiting dynamical perturbations for the end-of-life disposal of spacecraft in LEO. *Astronomy and Computing*, 27:1–10, 2019.