

## Modelamento numérico de barra peridinâmica bidimensional com orifício

Adair R. Aguiar<sup>1</sup>  
 Alan G. Pallu<sup>2</sup>  
 Gabriel N. Queiroz<sup>3</sup>  
 SET/USP, São Carlos, SP

A teoria peridinâmica é uma extensão da mecânica do contínuo clássica, a qual foi concebida para investigar problemas singulares envolvendo trincas e outras fontes de singularidade em deformação. Diferentemente das equações diferenciais de equilíbrio da teoria clássica, as equações de equilíbrio peridinâmicas envolvem integrais espaciais que descrevem forças de longo alcance entre as partículas materiais. A equação de equilíbrio peridinâmica para um modelo baseado em vínculos linearizado é dada por (Seleson & Littlewood [3])

$$\int_{\mathcal{H}_\delta} \frac{18E}{\pi\delta^3} \omega(|\xi|) \frac{(\xi \cdot \eta)}{|\xi|} \frac{\xi}{|\xi|} dV_\xi + b(x) = 0, \quad \forall x \in \Omega, \quad (1)$$

em que  $\Omega$  é a região ocupada por um sólido peridinâmico não deformado,  $\mathcal{H}_\delta := \{\xi \in \mathbb{R}^2 \mid |\xi| < \delta \in \mathbb{R}^+\}$ ,  $E$  é o módulo de Young,  $\eta := u(x') - u(x)$ , em que  $u(x)$  é o deslocamento de  $x \in \Omega$  e  $\omega$  é uma função peso da forma  $\omega(|\xi|) = (\delta/|\xi| - 1)/|\xi|$  que assume valor nulo para  $|\xi| \geq \delta$ . O parâmetro  $\delta$  é o horizonte peridinâmico, que está relacionado à microestrutura do material,  $\xi := x' - x$  representa um vínculo entre um dado ponto  $x \in \Omega$  e um ponto arbitrário  $x' \in \Omega$  e  $b(x)$  denota a força de corpo. Neste trabalho,  $\Omega := \{x := (\alpha_1, \alpha_2) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq \alpha_1 \leq 1, -0.1 \leq \alpha_2 \leq 0.1, (\alpha_1 - 0.5)^2 + \alpha_2^2 \geq 0.05^2\}$ , o qual corresponde a uma barra peridinâmica de dimensões  $1 \times 0.2$  com orifício de raio 0.05. A barra está sob tração uniaxial com carregamento imposto nas extremidades.

Utiliza-se quadratura numérica para resolver a Equação (1) e obter o campo de deslocamento aproximado. Consideram-se dois casos de distribuição dos pontos de quadratura sobre o domínio  $\Omega$ . No primeiro caso, os pontos estão uniformemente distribuídos e, no segundo, os pontos estão distribuídos de maneira não uniforme em três regiões contendo espaçamentos entre pontos de quadratura e horizontes distintos. Neste último caso, os horizontes variam linearmente nas vizinhanças das interfaces entre as regiões. Bobaru & Ha [1] também utilizam distribuição de pontos não uniforme em seus estudos de problemas peridinâmicos bidimensionais. Neste trabalho, são utilizados os campos de deslocamento determinados de (1) para calcular as tensões a partir da Lei de Hooke Generalizada e, assim, capturar a concentração de tensão prevista pela teoria clássica na borda do orifício.

Em um estado plano de tensão, as componentes de tensão da teoria de elasticidade linear clássica são calculadas pela Equação (2), dada por

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left[ \frac{\nu}{1-\nu} \left( \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_2} \right) \delta_{ij} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial \alpha_j} + \frac{\partial u_j}{\partial \alpha_i} \right) \right], \quad (2)$$

<sup>1</sup>aguiaar@sc.usp.br

<sup>2</sup>alanpallu@usp.br

<sup>3</sup>gabrielnvsqueiroz@usp.br

em que  $i, j = 1, 2$  e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson, o qual é adotado como  $1/3$  para compatibilidade com o modelo peridinâmico baseado em vínculos. As derivadas parciais em (2) são calculadas por diferenças finitas utilizando o campo de deslocamento obtido da solução de (1).

As tensões calculadas dos deslocamentos peridinâmicos e discutidas acima foram comparadas com tensões calculadas analiticamente de resultados obtidos por Howland [2] para estado plano de tensão da elasticidade linear clássica. Na Figura 1 são mostradas curvas de tensão normal  $\sigma_1$  versus coordenada  $\alpha_2$  para  $\alpha_1 = 0.5$ . A linha cheia corresponde a resultados de Howland [2] e as linhas pontilhada e tracejada correspondem a resultados peridinâmicos com distribuições uniforme e não uniforme, respectivamente, de pontos de quadratura. Observa-se desta figura que a distribuição não uniforme produz resultados muito próximos dos resultados clássicos. Em particular, estes resultados captam muito bem a concentração de tensão existente na borda do orifício.

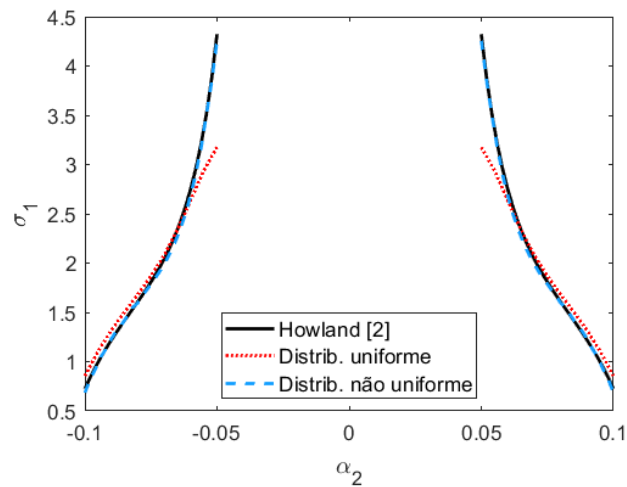


Figura 1: Tensão normal  $\sigma_1$  versus coordenada  $\alpha_2$  segundo resultados de Howland [2] e peridinâmicos.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPESP, processos 2019/00428-7 e 2019/12546-4, e ao CNPq, processos 420099/2018-2 e PIBIC 2020-1626.

## Referências

- [1] Bobaru, F. and Ha, Y. D. Adaptive refinement and multiscale modeling in 2D peridynamics, *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 9(6):635–659, 2011. DOI: 10.1615/IntJMultCompEng.2011002793.
- [2] Howland, R. C. J. On the stresses in the neighbourhood of a circular hole in a strip under tension, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 229:49–86, 1930. DOI: 10.1098/rsta.1930.0002.
- [3] Seleson, P. and Littlewood, D. J. Convergence studies in meshfree peridynamic simulations, *Computers and Mathematics with Applications*, 71:2432–2448, 2016. DOI: 10.1016/j.camwa.2015.12.021.