

Modelo matemático e análise dinâmica de um sistema came-seguidor utilizando o Método dos Elementos Finitos

Vinícius R. Garcia¹

DEM/UNESP, Ilha Solteira, SP

Gilberto P. de Melo²

DEM/UNESP, Ilha Solteira, SP

Com o avanço tecnológico, a análise dinâmica de estruturas mecânicas se tornou cada vez mais presente em estudos e pesquisas, seja para projetar novos equipamentos ou aprimorar os já existentes. A partir do desenvolvimento de ferramentas matemáticas e técnicas computacionais, sofisticaram-se os modelos que representem adequadamente os sistemas físicos reais. Entretanto, a maioria dos modelos matemáticos é baseada em simplificações de casos reais e, portanto, a utilização de ferramentas como o Método dos Elementos Finitos permite uma maior representatividade na simulação computacional [1, 3].

Tendo isso em vista, neste trabalho, é apresentada uma análise dinâmica de um mecanismo came-seguidor utilizado na conversão de um movimento rotativo de um eixo em um movimento oscilatório ou recíproco de uma válvula. A modelagem matemática do sistema físico foi desenvolvida utilizando o Método dos Elementos Finitos descrito em [2]. A fim de comparação, também desenvolveu-se um modelo de massas concentradas do sistema, sendo que os resultados contidos neste trabalho mostram que ambas as modelagens apresentaram frequências naturais próximas.

A Figura 1(a) ilustra o sistema equivalente de massas concentradas que foi utilizado. Esse sistema é uma simplificação do modelo que é proposto em [4], onde m_1 representa a massa da peça que deve ser movimentada pelo came, m_2 a massa do seguidor e m_3 a massa concentrada do came; k_1 é a mola que mantém o contato entre o came e o seguidor, enquanto k_2 e k_3 representam a elasticidade do seguidor, e k_4 a rigidez da árvore de cames; por fim, os amortecedores colocados representam os efeitos de atrito. Desta forma, tem-se um sistema físico com três graus de liberdade. Assim, utilizando-se as Equações de Lagrange, obtiveram-se as equações de movimento desse sistema.

A segunda modelagem discretizou as massas m_1 , m_2 e m_3 em três elementos de viga cada, com dois graus de liberdade por nó – sendo um deslocamento e uma rotação – como mostra a Figura 1(b). Portanto, tem-se agora um sistema físico com vinte e quatro graus de liberdade. Para obter as equações de movimento desse modelo, inicialmente, calcularam-se as energias cinética, potencial e dissipativa conforme a metodologia descrita em [2] e, então, utilizaram-se as Equações de Lagrange.

Por fim, foi desenvolvido um algoritmo em linguagem Python para o cálculo das frequências naturais não-amortecidas dos modelos estudados. Nesta etapa, utilizou-se a biblioteca *numpy* para resolver o problema de autovalor e autovetor associado às equações de movimento dos sistemas. Os resultados obtidos deste estudo encontram-se na Tabela 1.

As frequências naturais não-amortecidas obtidas nas duas abordagens foram bem próximas, com cerca de 10% de diferença apenas. Sendo assim, é uma boa escolha aproximar o mecanismo came-seguidor para o sistema equivalente de massas concentradas, uma vez que sua complexidade

¹vinicius.rottolo@unesp.br

²gilberto.pechoto@unesp.br

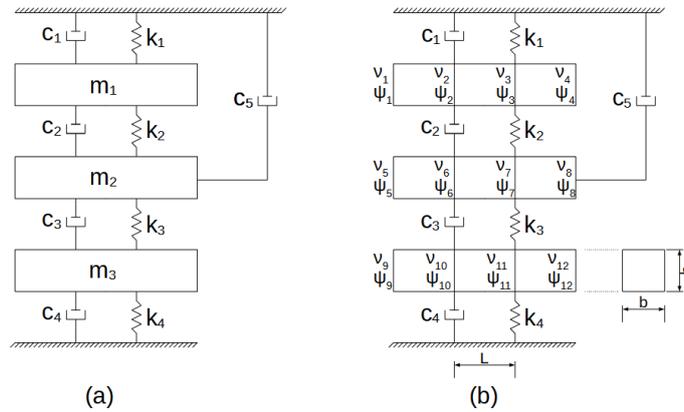


Figura 1: (a) Modelo de Massas Concentradas; (b) Modelo de Elementos Finitos.

Tabela 1: Comparação das frequências naturais não-amortecidas obtidas nas duas modelagens.

Método	ω_{n1} (Hz)	ω_{n2} (Hz)	ω_{n3} (Hz)
Massas Concentradas	2,58	4,76	6,22
Elementos Finitos	2,96	5,38	6,91

é menor. Ainda sim, deve-se atentar ao fato de que o método dos Elementos Finitos abrange mais valores de frequências naturais, uma vez que a quantidade de graus de liberdade desse modelo é maior. Entretanto, focaram-se nas três primeiras frequências naturais do sistema, uma vez que elas provocam as maiores amplitudes no sistema em ressonância.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), e à UNESP pelo apoio.

Referências

- [1] Daniel, G. B. Análise dinâmica de um sistema pino-pistão com lubrificação hidrodinâmica. Dissertação de Mestrado, Unicamp, 2008.
- [2] Lalanne, M., Berthier P. and Johan Der Hagopian. Mechanical vibrations for engineers. 1984. <cel-00315803>
- [3] Reis, V. L. Modelagem do mecanismo biela-manivela com folga na junta pino-pistão. Dissertação de Mestrado, Unicamp, 2013.
- [4] Teodorescu, M. et al. Multi-physics analysis of valve train systems: from system level to microscale interactions, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics*, v. 221, n. 3, p. 349-361, 2007. DOI: 10.1243/14644193JMBD77.