

O sistema RM3 e os paradoxos da implicação material

Giovanna Dias Cardoso ¹

Universidade Estadual Paulista, Unesp, FC, Bauru, SP

Luiz Henrique da Cruz Silvestrini²

Universidade Estadual Paulista, Unesp, FC, Bauru, SP

1 Introdução

Existe uma ampla classe de lógicas da relevância, dentre elas podemos citar o Sistema R de Anderson e Belnap [1], tais lógicas foram inspiradas pela avaliação de sentenças condicionais em que o antecedente precisa ser relevante para o consequente. O chamado princípio da relevância considera que se $A \rightarrow B$ é demonstrável, então A e B compartilham uma variável proposicional comum. Apesar do significado de relevância não ser preciso, podemos assumir que a caracterização de uma lógica da relevância se encontra no fato de que proposições como: $A \rightarrow (B \rightarrow A)$, o chamado Paradoxo Positivo, e $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$, conhecido como Princípio de Explosão, não pertençam aos seus teoremas.

Há várias aplicações do conceito de relevância na linguagem de programação funcional. Dentre elas podemos citar o uso da relevância na base lógica para análise de tais linguagens, bem como o conceito de rigidez no cálculo lambda está intimamente ligado à implicação na lógica relevante (cf. [2]).

Nesta pesquisa, destacamos a existência de uma lógica paraconsistente com força de expressão significativa, qual seja, o sistema RM3. Tal lógica pode ser apresentada por algumas formulações hilbertianas distintas, dentre as quais destacamos a axiomatização feita por Brady [3].

Trata-se de um trabalho teórico, para o qual após uma revisão da literatura sobre o tema, encontramos subsídios para investigar a lógica RM3, e reconhecer definições alternativas para o operador lógico de implicação a fim de evitar os paradoxos da implicação clássica.

2 O sistema RM3

Do ponto de vista sintático, a lógica da conexão relevante trivalente, RM3, pode ser vista como $R + [*] + [**]$, em que R denota o sistema original de Anderson e Belnap [1], e ainda os axiomas:

$$A \rightarrow (A \rightarrow A) \quad [*]$$

$$A \vee (A \rightarrow B) \quad [**]$$

Por outro lado, no âmbito semântico, temos em adição aos dois valores de verdade da lógica clássica “1” (verdadeiro) e “0” (falso), um terceiro valor “ $\frac{1}{2}$ ” (ambos verdadeiro e falso) que pode ser atribuído a uma fórmula A .

¹ giovanna.dias@unesp.br.

² lh.silvestrini@unesp.br.

Temos que a contraparte semântica pode ser vista pelo conjunto de matrizes

$$M_{RM3} = (\{1, \frac{1}{2}, 0\}, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow, D),$$

em que $D = \{1, \frac{1}{2}\}$ é o conjunto dos valores distinguidos. Uma valoração para RM3 é uma função v do conjunto das fórmulas de RM3 no conjunto $\{1, \frac{1}{2}, 0\}$ tal que dadas duas fórmulas A e B , define-se a implicação relevante da seguinte forma:

$$v(A \rightarrow B) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{se } v(A) = \frac{1}{2} \text{ e } v(B) = \frac{1}{2} \\ 1, & \text{se } v(A) = 0 \text{ ou } v(B) = 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Neste contexto, surge a necessidade de contrapor a função de verdade da implicação da lógica clássica com esta nova proposta de implicação. Partimos do contexto proposicional clássico, em que o Paradoxo Positivo é uma garantia para a monotonicidade do sistema. Ademais, por meio da definição da implicação material temos justificadas as técnicas de demonstrações matemáticas de vacuidade e trivialidade lógica.

Considerações finais

A lógica da relevância, tem como proposta impedir derivações tanto que o antecedente não produza realmente determinado consequente quanto as que o consequente não seja uma consequência real do antecedente, a fim de evitar uma dedução verdadeira de uma premissa impossível. Neste trabalho, investigamos a RM3, uma lógica trivalorada e paraconsistente, por derrogar o princípio da explosão da lógica clássica. Este trabalho estabelece uma comparação entre funções de verdade nos âmbitos clássico e de relevância, a saber, o estudo da implicação lógica no cálculo proposicional clássico e na lógica RM3. Dessa maneira, destacamos a semântica matricial de RM3. Ademais, mostramos que neste novo ambiente, alternativo ao clássico, conseguimos dissolver determinados paradoxos da implicação material e esboçamos uma forma alternativa de adequação de RM3.

Agradecimentos

Agradecemos à Reitoria Unesp pela bolsa PIBIC concedida.

Referências

- [1] Anderson, A. R. and Belnap, Jr, N. D.: *Entailment* Vol. 1: The Logic of Relevance and Necessity. Princeton University Press, Princeton NJ, 1975.
- [2] Baker-Finch, C. A. Relevance and contraction: a logical basis for stricness and sharing analysis. *Information Sciences Technical Report*, University of Canberra, 1993.
- [3] Brady, R. T. Completeness proofs for the systems RM3 and BN4. *Logique et Analyse*, 25, 9-32. 1982.