

Força radiométrica em uma esfera imersa em um gás rarefeito: meios contínuos versus teoria cinética dos gases

Jailton Soledade dos Santos¹ and Denize Kalempa

Escola de Engenharia de Lorena, Universidade de São Paulo

No presente trabalho a força radiométrica que atua em uma partícula esférica em um gás rarefeito, e os campos de escoamento ao redor da partícula, foram calculados numericamente usando o modelo simplificado de Shakhov [4] para a equação de Boltzmann linearizada [1]. A equação integro-diferencial, em coordenadas esféricas, foi resolvida usando a hipótese de espalhamento difuso na superfície para a condição de contorno e o método de velocidades discretas para solução numérica. Os resultados foram obtidos para vários valores de número de Knudsen, definido como a razão entre o livre caminho médio molecular e o raio da esfera, e permitem verificar a validade das equações da mecânica dos meios contínuos. As equações da mecânica dos meios contínuos são válidas para sistemas nos quais o número de Knudsen é muito pequeno, ou seja, em sistemas nos quais o livre caminho médio molecular é muito menor que o raio da esfera. Em sistemas nos quais o livre caminho médio molecular é muito maior que o raio da esfera, ou possui a mesma ordem de grandeza, o problema deve ser resolvido usando outra abordagem. Os métodos de teoria cinética dos gases permitem encontrarmos resultados válidos em todo o intervalo de número de Knudsen, mas devido ao custo computacional, para número de Knudsen pequeno é preferível utilizar a solução obtida da mecânica dos meios contínuos. Além disso, mesmo no contexto de mecânica dos meios contínuos, condições de contorno de deslizamento do gás e salto de temperatura na superfície esférica devem ser utilizadas. Esse tipo de estudo é muito importante para descrever o comportamento dinâmico dos aerossóis na atmosfera e no desenvolvimento de novas tecnologias, e.g. controle da contaminação de superfícies na fabricação de MEMS [2] ou na fabricação de semicondutores [3].

Os resultados obtidos para a força radiométrica, F , na esfera para alguns valores de parâmetro de rarefação, δ , definido como o inverso do número de Knudsen, foram comparados com os valores apresentados na Ref. [5], na qual a equação de Boltzmann exata foi resolvida numericamente. Os valores de parâmetro de rarefação utilizados correspondem aos regimes de moléculas livres, transição e hidrodinâmico. A comparação mostrou uma boa concordância entre os resultados (diferença máxima menor que 10%). A vantagem em utilizar um modelo para a equação de Boltzmann que mantém as propriedades fundamentais da equação original (conservação de massa, momento e energia, teorema H de Boltzmann) está no custo computacional (tempo de cálculo e uso de memória). Atualmente, apesar do avanço tecnológico, resolver a equação de Boltzmann ainda é um desafio. Portanto, na prática, o uso do modelo de Shakhov representa uma boa ferramenta para resolver o problema de interesse.

Os campos de escoamento correspondendo às grandezas macroscópicas que caracterizam o escoamento do gás ao redor da esfera induzido pela distribuição de temperatura na esfera também foram calculados. Por exemplo, os resultados encontrados para a velocidade hidrodinâmica do gás ao redor da esfera mostram que o escoamento induzido pela distribuição de temperatura na esfera ocorre na direção oposta ao gradiente de temperatura estabelecido na superfície da esfera. Além disso, a velocidade tende a diminuir com a diminuição do parâmetro δ . Esse comportamento era esperado pois, de acordo com a literatura [5], no regime de moléculas livres não há movimento de gás ao redor da esfera.

¹jailtondossantos@usp.br

Uma comparação com os resultados obtidos das equações da mecânica dos meios contínuos foi realizada para os perfis das componentes radial e polar da velocidade hidrodinâmica do gás ao redor da esfera. Os resultados mostram que para $\delta=10$ a mecânica dos meios contínuos ainda não fornece resultados em boa concordância com os resultados obtidos da teoria cinética dos gases. Porém, o perfil qualitativo é o mesmo e, à medida que δ aumenta, a diferença entre os resultados diminui e as expressões obtidas da mecânica dos meios contínuos podem ser utilizadas.

Portanto, os resultados encontrados no trabalho mostram que as equações da mecânica dos meios contínuos apresentadas em disciplinas de cursos de graduação tem limitação (meio contínuo) e, que devido ao avanço da tecnologia e da necessidade de modelagem de fenômenos em sistemas de escala micrométrica/nanométrica, outras abordagens precisam ser conhecidas.

Referências

- [1] Cercignani, C. The Boltzmann equation and its application. Springer-Verlag, New York, 1988.
- [2] Karniadakis, G. E., Beskok, A. and Aluru, N. Microflows and nanoflows: fundamentals and simulation. Springer-Verlag, New York, 2005.
- [3] Madler, L. and Friedlander, S. K. Transport of nanoparticles in gases: overview and recent advances. *Aerosol and Air Quality Research*, 7:304, 2007.
- [4] Shakhov, E. M. Generalization of the Krook kinetic relaxation equation. *Fluid Dyn.* 3 (5), 95–96, 1968.
- [5] Takata, S. and Sone, Y. Flow induced around a sphere with a non-uniform surface temperature in a rarefied gas, with application to the drag and thermal force problem of a spherical particle with an arbitrary thermal conductivity. *Eur. J. Mech. B/Fluids*, 14(4):487–518, 1995.