Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, v. 8, n. 1, 2021.

Trabalho apresentado no XL CNMAC, Evento Virtual - Co-organizado pela Universidade do Mato Grosso do Sul (UFMS).

Construção de frações através da Geometria com Origami

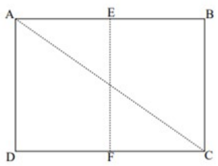
Cinira Aparecida de Oliveira[1]
FAMAT/UFU, Uberlândia, MG
Adriana Rodrigues da Silva[2]
FAMAT/UFU, Uberlândia, MG

Na Geometria com Origami, podemos determinar o ponto médio de um segmento, logo, podemos dividir um segmento em 2^n partes, com $n = 0, 1, 2, 3, ...$ Assim, com o uso de dobraduras é possível fazer a secção de segmentos, e assim, construir frações.

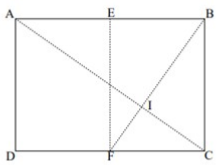
Primeiramente, vamos utilizar o seguinte procedimento: seja uma folha quadrada, suponha que ela possua lados iguais à 1. Dobrando o papel ao meio, encontramos os pontos médios dos lados da folha quadrada. Logo, esse segmento divide o quadrado em uma razão igual à $\frac{1}{2}$.

Existe uma forma mais generalizada de se dividir por n partes, não sendo necessário o papel ser quadrado. Primeiro, vamos construir para os casos, onde $n = 3$ e $n = 5$.

Seja dado um papel retangular qualquer ABCD. Dobre uma das diagonais e depois ao meio pelo lado maior, determinando os pontos E e F, pontos médios dos respectivos segmentos AB e DC.



No retângulo $EBCF$ que representa a metade do retângulo $ABCD$, dobre sua diagonal BF, encontrando o ponto I, intersecção da diagonal maior com a menor.

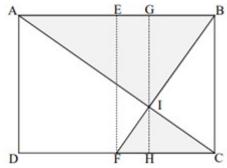


Os triângulos $\triangle ABI$ e $\triangle CFI$ são semelhantes, pois os ângulos do vértice em comum são congruentes, opostos pelo vértice e os outros ângulos são alternos internos.

Temos então que $\frac{\overline{AB}}{\overline{FC}} = \frac{2}{1} \Longrightarrow \frac{\overline{AI}}{\overline{IC}} = \frac{2}{1}$ e, portanto, a diagonal AC está divida em três partes iguais.

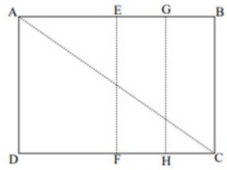
Dobre uma perpendicular a AB, passando pelo ponto I e obtenha o ponto $G \in AB$. E assim, $\frac{\overline{GB}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{IC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{IC}}{3\overline{IC}} = \frac{1}{3}$

[1]ciniraapoliveira@ufu.br
[2]adrianafamat@ufu.br

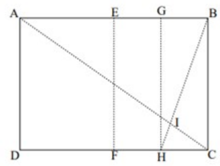


A última afirmação segue do Teorema de Tales, já que IG e CB são paralelos.

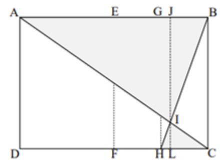
Para se obter $\frac{1}{5}$ do segmento, pegue um papel retangular qualquer $ABCD$. Determine E e F, pontos médios de AB e DC. Determine também G e H, pontos médios de EB e FC.



Encontre BH, diagonal do retângulo $GBCH$. Chame de I a intersecção de AC e BH.



Dobre JL, perpendicular a AB, passando por I. Verifica-se que $\overline{JB}$ é $\frac{1}{5}$ de $\overline{AB}$, pois temos que $\frac{\overline{AB}}{\overline{HC}} = \frac{4}{1}$ e $\frac{\overline{JB}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{IC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{IC}}{5\overline{IC}} = \frac{1}{5}$, onde $\overline{AC} = \overline{AI} + \overline{IC} = 5\overline{IC}$.



Com esse último método, podemos dividir qualquer segmento em n partes, com $n \in \mathbb{N}$, por indução: tendo o segmento JL da divisão em $n-1$ partes, dobrando a diagonal LB do retângulo $JBCL$, encontrando o novo ponto I na intersecção das diagonais, e dobrando um novo segmento JL perpendicular a AB passando por I. Então $\overline{J'B} = \frac{1}{n}\overline{AB}$.

No evento realizado pelo Museu de Matemática da UFMG, o professor Michel Spira, utilizou da ferramenta *Geogebra*, para verificar que com o uso de dobraduras, é possível fazer secção de segmentos, e consequentemente, construir frações.

Referências

[1] CAVACAMI, E.; FURUYA, Y. **Explorando Geometria com Origami**. Apostila OBMEP, 2010.

[2] SPIRA, M. **Uma dobra em uma folha de papel**. Museu da Matemática, 2021, UFMG, Belo Horizonte. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=N08YGhmnqnot=1140s>. Acesso em: 10 mar. 2021