

Simulação de escoamentos em meios porosos utilizando o método dos volumes finitos em malhas quadtree

Joanna D’Arc Nogueira Veloso¹

Franciane Fracalossi Rocha²

Uebert Gonçalves Moreira³

Fabício Simeoni de Sousa⁴

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo (ICMC/USP)

Reservatórios de petróleo são formações sedimentares porosas nas quais os espaços vazios estabelecem uma rede interconectada que permite o escoamento de fluidos, como o óleo e o gás. As principais leis que descrevem escoamentos monofásicos em meios porosos são a conservação de massa do fluido e a Lei de Darcy, dadas pelo sistema de equações (1):

$$-\nabla \cdot \mathbf{u} = q, \quad \mathbf{u} = \frac{\mathbf{K}(\mathbf{x})}{\mu} \nabla p, \quad (1)$$

em um domínio $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, onde q é o termo fonte, $\mathbf{K}(\mathbf{x})$ é o tensor de permeabilidade, μ é a viscosidade, \mathbf{u} é a velocidade e p a pressão. Assume-se a condição de contorno $\nabla p \cdot \mathbf{n} = 0$ em $\partial\Omega$.

Diante do alto custo computacional requerido para simulações de reservatórios, estratégias como o uso de malhas *quadtree* se credenciam pelo atrativo de permitir o uso de células mais grosseiras em regiões que não necessitam de alto detalhamento [2]. Por exemplo, considere o campo de permeabilidade ilustrado pela Figura 1(a) em uma malha uniforme. Trata-se de um campo constituído por um canal de alta permeabilidade, um comportamento comum em reservatórios fraturados. Na Figura 1(b), exibe-se a discretização *quadtree* para este campo. Conforme pode-se observar, a aplicação desse tipo de técnica gera malhas não-estruturadas, o que caracteriza um desafio para os métodos numéricos. Neste contexto, geralmente combina-se dois esquemas de volumes finitos: *Two-Point Flux Approximation* (TPFA) e *Multi-Point Flux Approximation* (MPFA) [1]. Na aproximação TPFA, o fluxo é calculado por meio das pressões em duas células adjacentes de mesmo tamanho. O método MPFA, por sua vez, é utilizado para aproximação de fluxos nas interfaces entre células de tamanhos distintos. As situações nas quais esses esquemas de cálculo de fluxo são aplicados podem ser observadas na Figura 1(c), onde o fluxo entre as células c e e é calculado pelo TPFA e o fluxo na interface comum às células a , b e d é calculado pelo MPFA. As expressões para o cálculo desses fluxos são dadas na equação (2) [2].

$$f_{ce} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{2k_c k_e}{k_c + k_e} \right) \left(\frac{P_c - P_e}{\Delta x} \right), \quad f_{abd} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{4k_a k_b k_d}{4k_a k_b + k_a k_d + k_b k_d} \right) \left(P_a - \frac{P_b + P_d}{2} \right) \frac{1}{\Delta y}. \quad (2)$$

Aplicando-se a discretização *quadtree* aliada aos esquemas TPFA e MPFA, pretende-se calcular campos de velocidade e pressão com menos células computacionais em regiões de pouco interesse

¹joannadarc@usp.br.

²fr.franciane@usp.br.

³uebert.moreira@usp.br.

⁴fsimeoni@icmc.usp.br.

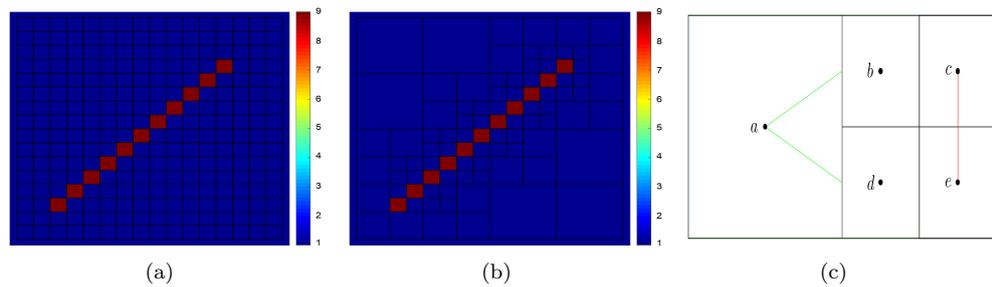


Figura 1: (a) Campo de permeabilidades; (b) Malha quadtree; (c) Configuração da malha.

para simulação. Para tanto, a estrutura de dados da *quadtree* deve representar corretamente as variações do meio poroso. Como resultado preliminar, apresenta-se um teste da implementação da estrutura de dados *quadtree* em um campo de permeabilidades realístico do projeto SPE10⁵, ilustrado na parte superior da Figura 2. A parte inferior da Figura 2 tem-se o resultado do processo de renormalização da permeabilidade para as células da decomposição *quadtree*, onde nota-se que os refinamentos de malha capturam perfeitamente o canal de alta permeabilidade. A escala colorimétrica refere-se aos valores das permeabilidades de referência da camada 36 do projeto SPE10 (em escala logarítmica). Esses resultados são fundamentais para as simulações subsequentes, onde espera-se uma redução no custo computacional devido à menor quantidade de células, em contraposição à uma perda aceitável de precisão, como reportado na literatura [1, 2].

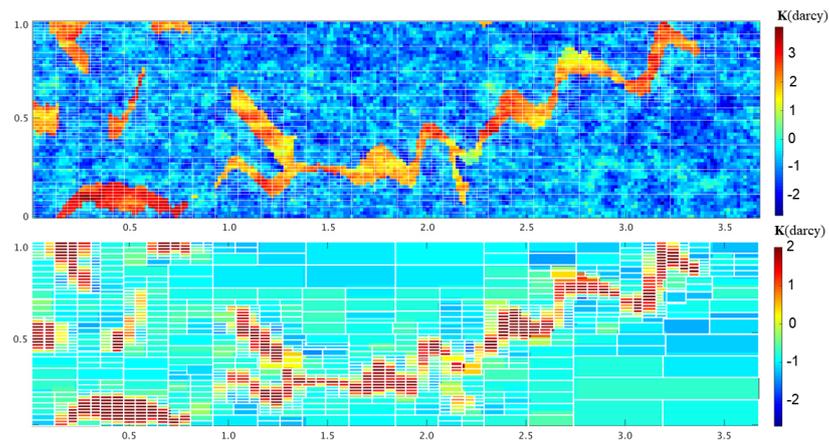


Figura 2: Campo de permeabilidade (acima); Permeabilidade renormalizada (abaixo).

Referências

- [1] Aavatsmark I., Ivar and Barkve, T.; Bøe, O.; Mannseth, T. Discretization on unstructured grids for inhomogeneous, anisotropic media. Part I: Derivation of the methods, *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1998, Vol. 19, No. 5:pp.1700-1716.
- [2] Gholinezhad S., Jamshidi S., Hajizadeh A. Quad-Tree decomposition method for areal upscaling of heterogeneous reservoirs: Application to arbitrary shaped reservoirs, *Fuel*, 139:659–670, 2014. ISSN 0016-2361.

⁵Disponível em: <<http://www.spe.org/web/csp>>. Acessado em: abril de 2020.