

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Aplicação da Distribuição Burr XII Para Construção de Ossos Trabeculares Sintéticos por Método Monte Carlo Paramétrico

Fernanda G. Oliveira¹

Departamento Acadêmico de Sistemas, Processos e Controles Industriais, IFPE, Recife, PE

Arthur F. G. de Andrade²

Departamento Acadêmico de Controle de Sistema Eletro-Eletrônico, IFPE, Recife, PE

José W. Vieira³

Departamento Acadêmico de Ambiente, Saúde e Segurança, IFPE, Recife, PE

Alex C. H. de Oliveira⁴

Departamento de Energia Nuclear, UFPE, Recife, PE

José de M. Lima Filho⁵

Departamento Acadêmico de Ambiente, Saúde e Segurança, IFPE, Recife, PE

Fernando R. A. Lima⁶

Centro Regional de Ciência Nucleares do Nordeste, CRCN-NE, Recife, PE

1 Resumo

Um dos maiores desafios da dosimetria numérica consiste em estimar a dose de radiação ionizante absorvida pelos tecidos ósseos dentro das cavidades dos ossos trabeculares, devido à complexidade de representar sua geometria [1].

A fim de realizar o apuramento dosimétrico, o grupo de dosimetria numérica (GDN)⁷ tem desenvolvido técnicas Monte Carlo (MC), paramétricas e não-paramétricas, para construção de blocos sintéticos similares às amostras trabeculares dos ossos reais (OR) do crânio, coluna vertebral lombar, esterno, fêmur e pelve [1].

A técnica MC paramétrica consiste em utilizar uma função densidade de probabilidade (fdp) para modelar o perfil da frequência relativa percentual (fr%), relação entre o tamanho dos *clusters* de *voxels* das trabeculares ósseas (variável independente) e da frequência destes *clusters* (variável dependente), das amostras OR nas três direções (coluna, linha e fatia), ao qual observa-se que apresentam um perfil com assimetria à direita. [1].

Neste trabalho, é proposto a utilização da distribuição Burr XII com três parâmetros para criação de ossos trabeculares sintéticos, pois o perfil da fdp pode ser ajustado com

¹baby.oliveira@hotmail.com.br

²arthurfelandrade@gmail.com

³jose.wilson59@uol.com.br

⁴oliveira_ach@yahoo.com

⁵josedemelo@gmail.com

⁶falima@cnen.gov.br

⁷<http://dosimetrianumerica.org/>

assimetria positiva. Proposta inicialmente por Irving W. Burr, em 1942, apresenta dois parâmetros de forma, $\kappa > 0$ e $\alpha > 0$, um parâmetro de escala, $\beta > 0$. Devido a sua versatilidade modelou diversas variáveis como dados de sobrevivência [2]. A formula da fdp é dada por

$$f(x|\alpha, \beta, \kappa) = \frac{\alpha\kappa \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1}}{\beta \left[1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right]^{\kappa+1}}, \quad (1)$$

e da fda, no qual x é o tamanho do *clusters*, por

$$F(x|\alpha, \beta, \kappa) = 1 - \left[1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right]^{-\kappa}. \quad (2)$$

Pela função quantil, associada à fda, é obtido o gerador de números aleatório. Sendo U a realização de uma distribuição uniforme no intervalo unitário e x^* é uma realização $X=x^*$ dado U e os parâmetros do modelo, a função quantil é dada por

$$x^* = \beta \left[(1 - U)^{-\frac{1}{\kappa}} - 1 \right]^{\frac{1}{\alpha}}. \quad (3)$$

Empregando a mesma variável independente da fr% das amostras trabeculares ósseas em (1), é obtido, mediante ajuste de valores reais positivos para os parâmetros κ , α e β , gráficos similares com os perfis correspondentes dos blocos OR ao longo das três direções, priorizando a semelhança entre a região de maior frequência, como na figura 1. Para validação foram somados todos os pontos dos perfis dos blocos OR e das fdps da Burr XII, em seguida calculou-se o erro relativo percentual entre os gráficos correspondentes. Os resultados obtidos não ultrapassaram 1,09%.

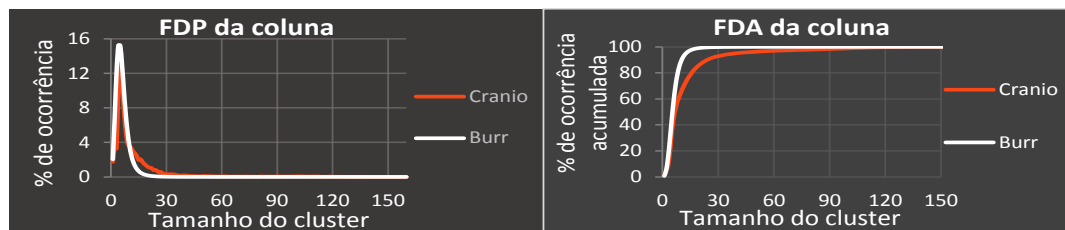


Figura 1: Comparação entre os perfis da fda e fdp, respectivamente, da distribuição Burr XII com a distribuição do crânio no eixo-x (coluna).

Referências

- [1] J. de M. Lima Filho. *Construção da Esponjosa de Modelos Antropomórficos Baseada em Técnicas Monte Carlo*, Tese de Doutorado em Ciência na área de concentração Dosimetria e Instrumentação Nuclear, UFPE, 2014.
- [2] P. F. Paranaíba. *Caracterização e extensões da distribuição Burr XII: Propriedades e Aplicações*, Tese de Doutorado em Ciência na área de estatísticas e experimentação, Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", 2012.