Trabalho apresentado no CNMAC, Gramado - RS, 2016.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

# Avaliação do desempenho da solução das ambiguidades no posicionamento baseado em redes sob influência da atividade ionosférica

Crislaine Menezes da Silva<sup>1</sup> Programa de Pós-graduação em Ciências Cartográficas, FCT-UNESP, Presidente Prudente, SP Daniele Barroca Marra Alves<sup>2</sup> Departamento de Cartografia, FCT-UNESP, Presidente Prudente, SP Eniuce Menezes de Souza<sup>3</sup> Departamento de Estatística, UEM, Maringá, PR

**Resumo**. A solução das ambiguidades é o processo de determinar o número desconhecido de ciclos inteiros de dupla diferença (DDs) da fase da onda portadora, sendo um pré-requisito para a obtenção de alta acurácia no posicionamento baseado em redes. Para realizar este posicionamento com o uso de VRS (Estação de Referência Virtual), deve haver uma comunicação entre o usuário e a estação de base, para que ele possa enviar a sua localização e possa receber dados da VRS. Os dados da VRS são gerados a partir das correções obtidas para uma estação de base localizada perto do usuário. Estas correções são compostas por erros atmosféricos (ionosfera e troposfera), os quais podem ser estimados utilizando os dados das estações de referência da rede. O desafio é solucionar rapidamente as ambiguidades como inteiros. Neste trabalho, são investigadas algumas estratégias de processamento para a obtenção da solução das ambiguidades no posicionamento baseado em redes com dados GPS de dupla frequência. Esta estratégia sugere utilizar o modelo ionosfera ponderada, incorporando as coordenadas das estações de referência da rede e uma informação *a priori* sobre os atrasos ionosféricos, utilizando os métodos LAMBDA e o Fixed Failure Ratio Test.

**Palavras-chave**. Posicionamento baseado em redes, Solução das ambiguidades, Método LAMBDA, Fixed Failure Ratio Test.

### 1 Introdução

Essencial para o desempenho de posicionamento baseado em redes é que um usuário receba e aplique informações de correção geradas a partir de uma rede. Essas correções são necessárias para o usuário levar em conta os atrasos atmosféricos (ionosfera e troposfera) entre a sua localização aproximada e as estações da rede, veja Figura 1.

A fim de proporcionar correções mais precisas para os usuários, o processamento da rede deve ser baseada na solução das ambiguidades inteiras da fase da portadora entre as estações da rede.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>crismenezes\_@live.com

 $<sup>^{2}{\</sup>rm danibarroca@fct.unesp.br}$ 

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>emsouza@uem.br

 $\mathbf{2}$ 



Figura 1: Princípio do posicionamento baseado em redes: dados de estações de referência e correções são determinadas a partir da rede e são enviadas ao usuário.

# 2 Modelo matemático para o processamento do posicionamento baseado em redes: DDs das observáveis para GPS

As equações de dupla diferença para dados de dupla-frequência da fase e da pseudodistância do GPS, podem ser descritas, respectivamente, como [2],

$$\Delta \nabla \phi_i = \Delta \nabla \rho + \Delta \nabla \tau - \mu_i \Delta \nabla \iota_1 + \lambda_i \Delta \nabla N_i + \varepsilon_i$$
  

$$\Delta \nabla P_i = \Delta \nabla \rho + \Delta \nabla \tau + \mu_i \Delta \nabla \iota_1 + e_i$$
  

$$\Delta \nabla \iota_1 = \Delta \nabla \iota_1.$$
(1)

em que o subscrito *i* é igual a 1 ou 2 e refere-se às duas frequências do GPS. O símbolo  $\Delta \nabla$  refere-se ao operador DD,  $\phi$  é a fase em metros, *P* é a pseudodistância,  $\mu_i = \frac{f_1^2}{f_i^2}$  é o coeficiente ionosférico na frequência *i*,  $\rho$  é a distância geométrica entre o satélite e o receptor,  $\iota_1$  é o atraso ionosférico parametrizado na primeira frequência L1,  $\tau$  é o atraso troposférico  $N_i$  é a ambiguidade,  $\lambda_i$  é o comprimento de onda e  $\varepsilon_i$  e  $e_i$  são os outros erros não modelados. Este modelo é denominado modelo de ionosfera ponderada, uma vez que ele realiza uma introdução de pseudo-observáveis estocásticas para as DD dos atrasos ionosféricos. Para o processamento dos dados, os valores da DD das pseudo-observáveis ionosféricas são assumidos como zero. Já o desvio-padrão ionosférico, deve ser escolhido considerando o comprimento da linha de base, a localização na Terra e a progressão do ciclo solar. Quando o desvio-padrão ionosférico é muito grande, o modelo é então denominado de modelo de ionosfera *float*.

# 3 Solução das ambiguidades: Método LAMBDA e Fixed Failure Rate Ratio Test

Primeiramente, a solução *float* é encontrada. Nela as restrições para as DD das ambiguidades são descartadas. A fim de obter esta solução, é realizada uma distinção entre os parâmetros dados na equação 1, as DD das ambiguidades são denotadas por um vetor

3

 $\hat{a} = (N_i)^T$  e os outros parâmetros são denotados por um vetor  $\hat{b} = (\tau^T, \iota_1^T)^T$ .

#### 3.1 Estimação das ambiguidades inteiras

Na segunda etapa a estimativa para a ambiguidade inteira é calculada a partir da solução float  $\hat{a}$  [4]:

$$\check{a} = F(\hat{a}),\tag{2}$$

onde  $F: \mathbb{R}^n \to \mathbb{Z}^n$  é a função do espaço n-dimensional de números reais para o espaço n-dimensional de números inteiros.

Existem muitas funções que realizam essa transformação. Uma solução ótima é obtida com classe dos mínimos quadrados inteiros usando o método LAMBDA (*Least-squares AMBiguity Decorrelation Adjustment*).

O método LAMBDA consiste em dois passos. No primeiro passo, as ambiguidades *float* são decorrelacionadas. A decorrelação é realizada com o uso de uma matriz de tranformações das ambiguidades admissíveis <sup>4</sup> [3].

$$\hat{z} = Z^T \hat{a} Q_{\hat{z}} = Z^T Q_{\hat{a}} Z.$$
(3)

Depois da decorrelação, o espaço de busca é definido. A solução inteira  $\check{z}$  é aquela que tem a menor norma quadrática dos resíduos das ambiguidades. Isso significa que existe uma região  $S_z$  centrada para cada número inteiro z. Se a solução *float* pertence a esta região, ela será levada a este número inteiro, daí o nome região *pull-in*.

Assim, a solução inteira precisa ser transformada de volta para os valores inteiros correspondentes as ambiguidades *float* originais por, [3]

$$\check{a} = Z^{-T}\check{z}.\tag{4}$$

#### 3.2 FF-RT (Fixed Failure Ratio Test)

Seja  $\check{a}$  a solução obtida pelo método LAMBDA. Então, ela é aceita se [5]:

$$\frac{\|\hat{a} - \check{a}\|_{Q_{\hat{a}}}^2}{\|\hat{a} - \check{a}_2\|_{Q_{\hat{a}}}^2} \le \frac{1}{c} = \mu, \tag{5}$$

onde c é o valor de tolerância do teste ratio e  $0 \le \mu \le 1$ .

A desvantagem em utilizar o FF-RT é que não existe uma expressão analítica para calcular o valor de  $\mu$  apropriado para uma determinada taxa de falha. Esse valor é encontrado através de simulações.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Uma matriz é uma matriz de transformação das ambiguidades inteiras, se as seguintes condições são satisfeitas: preserva o volume; reduz o produto das variâncias e todos os seus elementos são inteiros.

4

### 3.3 Solução fixa

Uma vez que as ambiguidades inteiras são calculadas e aceitas pela validação, o resíduo  $\hat{a} - \check{a}$  é utilizado na quarta etapa para ajustar a solução float  $\hat{b}$  do primeiro passo para obter a solução fixa  $\check{b}$ . Como resultado, a solução final fixa é obtida da seguinte forma [3]:

$$\check{b} = \hat{b} - Q_{\hat{b}\hat{a}} Q_{\hat{a}}^{-1} (\hat{a} - \check{a}).$$
(6)

### 4 Metodologia, Resultados e Análises

O sistema computacional FCT-RTK-Net realiza posicionamento em redes usando o conceito de VRS para observações GPS. Ele possui caráter científico e foi desenvolvido em sua totalidade por pesquisadores da FCT/UNESP [1]. Com o uso desse sistema foi possível gerar os dados da VRS com solução das ambiguidades, com variação das estratégias de processamento. As estratégias utilizadas foram:

- **VRS-PSI:** VRS gerada com solução das ambiguidades realizada época por época, corrigindo os efeitos da troposfera pelo modelo de Hopfield e estimando os efeitos ionosféricos através do modelo de ionosfera ponderada;
- **VRS-ION-PON:** VRS gerada com solução das ambiguidades realizada de forma recursiva, corrigindo os efeitos da troposfera pelo modelo de Hopfield e estimando os efeitos ionosféricos através do modelo de ionosfera ponderada;
- **VRS-FLOAT:** VRS gerada com solução das ambiguidades realizada de forma recursiva, corrigindo os efeitos da troposfera pelo modelo de Hopfield e estimando os efeitos ionosféricos através do modelo de ionosfera float com estimativa dos resíduos troposféricos;
- **VRS-PON:** VRS gerada com solução das ambiguidades realizada de forma recursiva, corrigindo os efeitos da troposfera pelo modelo de Hopfield e estimando os efeitos ionosféricos através do modelo de ionosfera ponderada com estimativa dos resíduos troposféricos.

Para tanto foram empregados dados da rede GNSS/SP e a estação SPTU (localizada na cidade de Tupã-SP) foi utilizada como base no posicionamento em rede. Esses dados foram empregados visando utilizar a melhor configuração que existe no país para realizar o posicionamento em rede. A posição aproximada da VRS gerada nos experimentos pode ser visualizada na Figura 2 (sinalizada em rosa), a distância da mesma até a SPTU é de aproximadamente 20 km. Os resultados desse processamento são apresentados a seguir.

Foram gerados dados de VRS para 03 dias do ano de 2014, 1h de dados. Esses dias foram selecionados dentro de um período de alta atividade ionosférica.

Primeiramente, será analisado o percentual de fixação das ambiguidades. A Figura 3 apresenta os resultados quanto ao percentual de fixação das ambiguidades.

Analisando a figura 3, observa-se que as estratégias que apresentaram melhor desempenho foram a VRS-PSI e a VRS-ION-PON. Nota-se também que a fixação pelo FF-RT



Figura 2: Estações da rede GNSS/SP para geração da VRS

ocorreu na maioria das épocas para estes modelos, exceto para a linha de base SPTU-PPTE.

Para avaliar a qualidade das VRS foi realizado o posicionamento por ponto preciso com os dados gerados. Nas análises são avaliadas as discrepâncias 3D considerando as coordenadas obtidas em relação as de referência (conhecidas). A Figura 4 apresenta os resultados.

É possível verificar na Figura 4 que o valor máximo atingido na discrepância 3D é de 66,9 cm. Em média, a discrepância obtida para cada uma das estratégias processadas é de 0,1155 na VRS-ION-PON, 0,1788 na VRS-FLOAT, 0,6249 na VRS-PON e 0,09693 na VRS-PSI. Esse valor mostra a eficiência da estratégia VRS-PSI, com erro de poucos centímetros (aproximadamente 9,7 cm).

### 5 Conclusões

Nesse trabalho foi detalhado o processo de solução das ambiguidades no posicionamento baseado em redes, empregando o conceito de estação de referência virtual (VRS). Para realizar esse procedimento modelos matemáticos são empregados para gerar observações virtuais e então disponibilizar ao usuário para que ele determine sua posição.

A solução das ambiguidades no posicionamento baseado em redes para dados GPS de dupla frequência para linhas de bases longas não tem sido geralmente viável. No entanto, neste trabalho foi demonstrado que a fixação das ambiguidades pode ocorrer quando o processamento de dados da rede é baseada nos seguintes pressupostos subjacentes. Em primeiro lugar, o modelo de ionosfera ponderada ser utilizado com as coordenadas das estações de referência conhecidas. O valor das DD das pseudo-observáveis ionosféricas deve ser colocado como zero, mas o seu desvio-padrão deve ser baseado no comprimento da linha de base entre as estações de referência. E, por último, a solução das ambiguidades deve consistir no uso do método LAMBDA combinado com FF-RT.

Além disso, a qualidade da VRS gerada pelas estratégias de processamento foram analisadas. E, constatou-se que a estratégia descrita acima também produz uma VRS com melhor qualidade, com erros de aproximadamente 10 cm em período de alta atividade ionosférica. A estratégia é bastante promissora e pode propiciar erro de poucos centímetros na posição, num espaço de tempo pequeno, como pôde ser observado nos resultados.

5

6



Figura 3: Percentual de fixação das ambiguidades para cada uma das linhas de bases que compõem a rede, nos três dias de processamento.



Figura 4: Discrepância 3D obtida com os dados das estações virtuais geradas para 03 dias de alta atividade ionosférica do ano de 2014

## Referências

- [1] D. B. M. Alves. Posicionamento RTK no contexto de redes GPS utilizando o conceito de estação virtual. Tese de Doutorado, UNESP, 2008.
- [2] B. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegger, and E. Wasle. GNSS Global Navigation Satellite System. Springer Science e Business Media, Morlenbach, (2007).
- [3] P. J. G. Teunissen. GPS Carrier Phase Ambiguity Fixing Concepts, GPS for Geodesy, Springer Berlin Heidelberg, Cap. 8, (1998).
- [4] P. J. G. Teunissen. An optimality property of the integer least-squares estimator, Journal of Geodesy, 73:587-593, (1999).
- [5] S. Verhagen. The GNSS integer ambiguities: estimation and validation, Publications on geodesy, NCG, Nederlandse Commissie voor Geodesie, Netherlands Geodetic Commission, Delft, (2005).

7