

# Controle Ótimo Linear Realimentado para Sistemas não Lineares Aplicado a um Atuador Pneumático

Delair Bavaresco<sup>1</sup>

Departamento de Ensino de Graduação e Pós-Graduação, IFRS, Bento Gonçalves, RS

Antonio C. Valdiero<sup>2</sup>

Departamento de Tecnologia, UNIJUÍ, Panambi, RS

**Resumo.** Apresentam-se resultados da utilização de uma metodologia de controle ótimo linear realimentado para sistemas não lineares aplicada a um atuador pneumático simétrico sem haste. Tal metodologia, testada com sucesso em sistemas caóticos, ainda não fora utilizada em atuadores pneumáticos. Os resultados demonstram a eficiência da metodologia de controle proposta, projetada a partir de um modelo não linear de 3ª ordem, em tarefas de seguimento de trajetória e testes de posicionamento. Os resultados são comparados com um controlador clássico e, também, mediante identificação e compensação de zona morta da servoválvula.

**Palavras-chave.** Modelagem Matemática, Servopneumática, Controlador de Posição.

## 1 Introdução

O uso da pneumática em acionamentos na indústria tem como vantagens ser uma tecnologia limpa, de custo baixo, de manutenção fácil e de boa relação peso/potência. Entretanto, há muitas dificuldades no uso de controladores clássicos lineares, causadas pela compressibilidade do ar, pela relação não linear da vazão nos orifícios de controle e pelo atrito nos atuadores [5].

A discussão dessa problemática tem na modelagem matemática uma potencial alternativa. Por meio desta, podem ser implementadas técnicas e métodos para controle de sistemas mecânicos, permitindo simulações e testes prévios, viabilizando aplicações de atuadores pneumáticos na indústria e na mecanização agrícola [6]. O conhecimento da dinâmica de um sistema e suas propriedades permite desenvolver esquemas de controle com parcelas de realimentação linearizante, adaptativa e com *feedforward* baseadas no modelo nominal.

Alguns trabalhos [3, 5, 6], entre outros, apresentam propostas de estratégias de controladores baseados no modelo matemático do atuador pneumático e mostram resultados mais precisos quando comparados com os controladores lineares clássicos (P, PI, PID) não baseados em modelo.

---

<sup>1</sup>delair.bavaresco@bento.ifrs.edu.br

<sup>2</sup>valdiero@unijui.edu.br

Neste contexto, surge a necessidade do desenvolvimento de estratégias de controle eficientes para atuadores pneumáticos, mas também de simples implementação. Diante disso, este trabalho resulta da aplicação da metodologia de controle proposta por Rafikov e Balthazar [7] em um atuador pneumático simétrico sem haste. Esse atuador é representado por um modelo não linear 3ª ordem adaptado e validado por Bavaresco et al. [1].

## 2 Descrição do Atuador Pneumático e da Bancada de Testes

Ao contrário da pneumática convencional, que restringe o posicionamento do atuador linear a pontos discretos bem definidos (como, por exemplo, os fins de curso avançado e recuado), um servoposicionador pneumático composto por servoválvula de controle e cilindro atuador é um sistema que permite posicionar uma carga em um determinado ponto do curso do atuador ou seguir uma trajetória variável em função do tempo. Esse sistema, formado pelo atuador pneumático e o sistema de controle e aquisição de dados é montado em um microcomputador PC para os testes experimentais, como ilustra a Figura 1. O sistema pneumático é composto por um cilindro pneumático sem haste e uma servoválvula pneumática de controle direcional. Os sensores permitem medir a pressão de suprimento, a posição do atuador e as pressões nas câmaras do cilindro ( $p_a$  e  $p_b$ ).

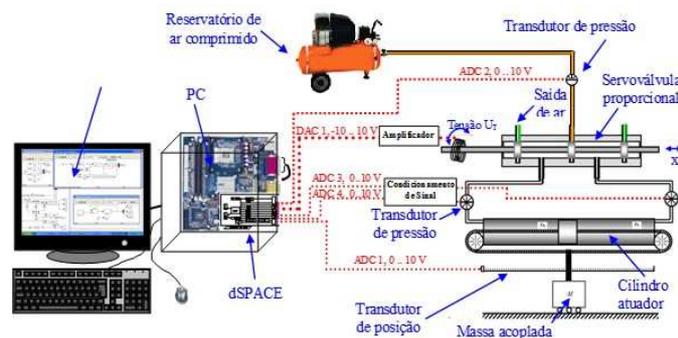


Figura 1: Desenho esquemático de um atuador pneumático e bancada experimental de testes

O sistema de controle é composto por *hardware* e *software*, elementos necessários para implementação dos algoritmos da lei de controle proposta e também pelos sensores para auxílio na medição dos estados do sistema. O cilindro atuador, que neste trabalho é simétrico e sem haste, possui seu êmbolo conectado a uma fita que movimenta a carga acoplada. O atuador é o elemento que aplica a força sobre a carga para conduzi-lo a posição desejada.

A servoválvula proporcional utilizada para controlar o escoamento de ar sob pressão é responsável por permitir a passagem proporcional do ar comprimido para o cilindro pneumático. O deslocamento do carretel da válvula é provocado por uma tensão elétrica aplicada no solenoide que, ao deslocar o carretel da servoválvula em um determinado sentido, uma das câmaras é conectada a pressão de suprimento e a outra a pressão atmosférica.

Durante a operação, o ar comprimido é fornecido à servoválvula, que responde a uma tensão gerada pelo sistema controle  $U_T$ , definindo a passagem de ar, gerando o deslocamento do cilindro. O deslocamento do cilindro e as posições assumidas pelo mesmo são medidas por intermédio de um transdutor de posição que envia sinais ao controlador, que por sua vez avalia e realimenta o sistema.

O sistema de controle e aquisição utilizado é uma placa DS 1102 [4], especialmente projetada para facilitar o desenvolvimento e a implementação de controladores, numa interação direta com o MatLab/Simulink, permitindo a análise detalhada dos resultados obtidos.

Os principais componentes e parâmetros da bancada experimental de testes são: Cilindro pneumático sem haste com 500 mm de curso e 25 mm de diâmetro, servoválvula de controle direcional com 5 vias, 3 posições e vazão de 700 litros por minuto, transdutores de pressão de 0 a 10 bar, transdutores de posição com curso de 514 mm e reservatório de ar comprimido com  $2,51 \cdot 10^{-3} m^3$ .

### 3 Modelo Matemático Não Linear de 3ª ordem

O modelo matemático apresentado nesta seção tem como referência o trabalho de Virvalo [9]. Este é um modelo tradicionalmente utilizado no estudo de atuadores hidráulicos e que representa de maneira simplificada os atuadores pneumáticos. Tendo em vista a compressibilidade do ar e o comportamento não linear das vazões mássicas nos orifícios da servoválvula, ele é adaptado e validado em Bavaresco et al. [1]. Este modelo facilita a aplicação da técnica de controle proposta e pode ser representado em variáveis de estado como segue:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 \\ \dot{y}_2 &= y_3 \\ \dot{y}_3 &= -\omega_n^2 y_1 - 2\xi\omega_n y_3 + K_q \omega_n^2 U_T \end{aligned} \quad (1)$$

no qual  $y_1 = y$  é a posição do êmbolo do atuador pneumático,  $y_2 = \dot{y}$  é a velocidade,  $y_3 = \ddot{y}$  é a aceleração,  $\omega_n(y_1)$  é função não linear em  $y_1$  que representa a frequência natural do sistema,  $\xi$  é a taxa de amortecimento do movimento do sistema,  $K_q$  é o de ganho de velocidade da malha aberta e  $U_T$  é o sinal de controle em tensão aplicado a servoválvula. Neste modelo, o ganho de velocidade em malha aberta é dado por:

$$K_q = \frac{Q_n p_{atm}}{\frac{2}{3} p_s U_{T_{max}}} \quad (2)$$

sendo  $Q_n$  a razão volumétrica normal da válvula,  $p_{atm}$  a pressão atmosférica,  $p_s$  a pressão de suprimento e  $U_{T_{max}}$  a tensão máxima de entrada na válvula.

Os parâmetros do sistema utilizados na determinação da lei de controle aplicada nos testes experimentais são: pressão de suprimento  $p_s = 6 \cdot 10^5$ , pressão atmosférica  $p_{atm} = 1 \cdot 10^5$ , taxa de amortecimento  $\xi = 0,4$ , vazão volumétrica normal da válvula  $Q_n = 0,012$ , tensão máxima de entrada na válvula  $U_{T_{max}} = 10V$ . O polinômio ajustado da frequência

natural do sistema é dado por  $\omega_n(y_1) = 1,31 \times 10^4 y_1^4 + 1,17 \times 10 y_1^3 + 2,95 \times 10^2 y_1^2 - 1,94 \times 10^{-1} y_1 + 55,9$ .

A zona morta é uma relação entre valores de entrada e respostas de saída, na qual para uma faixa do domínio a resposta de saída pode ser dada, de forma genérica, por:

$$U_{zm}(t) = \begin{cases} md(U(t) - z_{md}), & \text{se } U(t) \geq z_{md} \\ 0, & \text{se } z_{me} < z_{md} \\ me(U(t) - z_{me}), & \text{se } U(t) \leq z_{me} \end{cases} \quad (3)$$

na qual  $z_{md}$  é o limite direito da zona morta a partir da origem de deslocamento do carretel e  $z_{me}$  é o limite esquerdo da zona morta a partir da origem do deslocamento do carretel e,  $md$  e  $me$  são as inclinações dos valores de resposta.

Valdiero [8] propõe uma metodologia de identificação da zona morta utilizando-se de transdutores de pressão. Os valores encontrados foram  $zero = 0,1 \text{ Volts}$  para a posição central e  $z_{md} = z_{me} = 0,88 + 55,9 \text{ Volts}$  para os limites esquerdo e direito.

## 4 Metodologia de Controle

O sistema mecânico em estudo neste trabalho apresenta uma dinâmica com características não lineares, conforme mostrado em seção anterior, que dificultam a implementação de técnicas de controle linear clássico em aplicações na indústria que requerem precisão. Para superar tais dificuldades utilizou-se a metodologia de controle proposta por Rafikov e Balthazar [7] para sistemas não lineares. O objetivo é projetar uma lei de controle  $U$  que permita ao sistema atuador pneumático seguir um regime de trajetórias de estado desejadas. Esta metodologia de controle é denominada pelos autores de controle ótimo linear *feedback*.

A metodologia de controle baseia-se na representação matricial do modelo matemático na forma de variáveis de estado. Nessa representação o modelo dada por:

$$\dot{y} = Ay + g(y) \quad (4)$$

tem  $y \in \mathbf{R}^n$  como sendo o vetor das variáveis de estado,  $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$  como matriz constante formada pela parte linear do sistema e  $g(y)$  como o vetor cujos elementos são funções contínuas. Nesse contexto, o interesse é controlar o sistema e dessa forma posicioná-lo em um determinado ponto do curso do cilindro ou seguir uma trajetória desejada. Seja  $y_d$  o vetor função da trajetória desejada do sistema, então o sistema controlado tem a seguinte forma:

$$\dot{y} = Ay + g(y) + U \quad (5)$$

no qual  $U$  é o vetor de controle que consiste de duas parcelas,  $U = u_d + u_t$ , sendo que a parcela *feedforward*  $u_d$  mantém o sistema controlado na trajetória desejada.

Em Bavaresco et al. [1] é descrita a síntese de controle proposta e apresentada a simulação numérica dessa metodologia aplicada ao modelo matemático descrito pela Equação (1), cujos resultados foram satisfatórios.

Para o modelo matemático utilizado, o sinal de controle é dado por:

$$U = K_d(\omega_n(y_1))^2 U_T \quad (6)$$

sendo  $U_T$  é o sinal de controle aplicado a servoválvula e  $U$  é gerado através da soma das parcelas, *feedforward* e *feedback*, dado por:

$$U = \dot{y}_{3d} + (\omega_n(y_1))^2 y_{2d} + 2\xi\omega_n(y_1)y_{3d} + B(-R^{-1}B^T P\bar{y}) \quad (7)$$

e  $\bar{y}$  são desvios da trajetória do sistema e a matriz  $P$  é obtida através da solução da equação de Riccati:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (8)$$

sendo que  $A$  e  $B$  são obtidas a partir do modelo e  $Q$  e  $R$  são escolhidas.

Dessa forma o sinal de controle aplicado a servoválvula é dado por:

$$U_T = \frac{u_d + ut}{K_d(\omega_n(y_1))^2}. \quad (9)$$

## 5 Resultados

Em Bavaresco [2] são descritos os critérios para escolha das matrizes  $Q$  e  $R$ , as quais permitem a resolução da equação de Riccati (8) através da função LQR do software MATLAB. As matrizes escolhidas são dadas por:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1,3 \cdot 10^9 & 1,8 \cdot 10^7 & 1,9 \cdot 10^5 \\ 1,8 \cdot 10^7 & 3,3 \cdot 10^5 & 3,7 \cdot 10^3 \\ 1,4 \cdot 10 & 3,7 \cdot 10^3 & 5,2 \cdot 10 \end{bmatrix} e \quad u = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1,9 \cdot 10^5 & 3,7 \cdot 10^3 & 5,2 \cdot 10 \end{bmatrix} \quad (10)$$

A fim de servir como testemunha frente à estratégia de controle proposta para sistemas não lineares e obter uma avaliação comparativa da metodologia de controle proposta, foi implementado o controle clássico proporcional em testes experimentais para as trajetórias senoidal e polinomial definidas. Esta aplicação discute, também, a compensação da não linearidade de zona morta da servoválvula na saída do controlador, uma vez que esta é uma não linearidade de entrada na planta do sistema.

A comparação dos erros de seguimento resultantes da aplicação do controle proporcional e do controle proposto para sistemas não lineares, ambos com e sem compensação da zona morta da servoválvula, são mostrados nas Figuras 2 e 3. Nesta perspectiva é possível analisar o desempenho de cada controlador e a contribuição da compensação da zona morta através da sua inversa fixa na saída do controlador.

A Figura 2 mostra o desempenho do controlador numa trajetória senoidal utilizada para testes de seguimento de trajetória com inversão de movimentos. Nessa trajetória, a ação do controle proporcional resulta em erros de até  $7,5mm$ , enquanto o controle proposto, sem a compensação da zona morta da servoválvula, permanece dentro de uma faixa de  $4mm$ , exceto nos pontos de inversão de movimento que chega a  $6mm$ .

A Figura 3 mostra o desempenho do controlador numa trajetória polinomial utilizada para testes de paradas. Para esses testes foram obtidos posicionamentos com até  $4mm$  de erro para o controle proporcional e de até  $3mm$  para o controle proposto sem a compensação da zona morta da servoválvula.

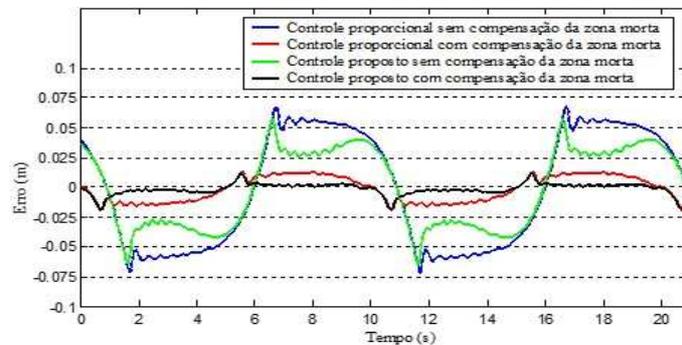


Figura 2: Comparação entre os erros das metodologias de controle para a trajetória senoidal

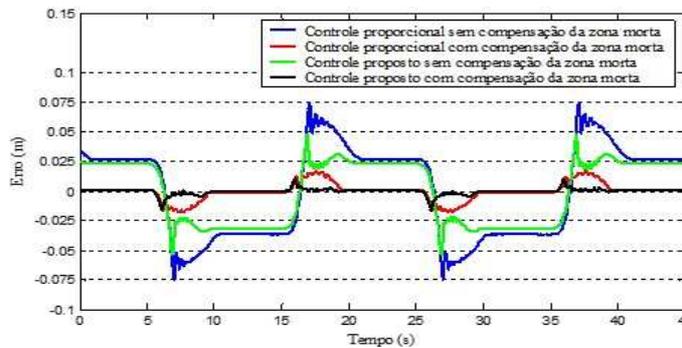


Figura 3: Comparação entre os erros das metodologias de controle para a trajetória polinomial

Os testes que resultaram nos menores erros, tanto de posicionamento, quanto de seguimento de trajetória, foram obtidos por meio do controle proposto com a compensação da zona morta da servoválvula identificada. Nesses testes, o erro resultante é praticamente nulo, ficando todo dentro da faixa de  $1mm$ , exceto nos pontos de inversão de movimento. Neste trecho ocorre um pico de erros causado principalmente pela ação do atrito estático que não é considerado no modelo adotado.

Os resultados apresentados através da Figura 2 e Figura 3, foram considerados adequados após diversos testes com ganhos diferentes para o controlador proposto, sendo que as matrizes dadas por (10) resultaram na obtenção dos menores erros de segmento de trajetória sem gerar oscilações no deslocamento do êmbolo do atuador.

## 6 Conclusões

O controle proposto mostrou-se eficiente para objetivos estabelecidos com relação ao seguimento de trajetória e testes de posicionamento. Mostrou-se robusto, pois mesmo

baseado em um modelo muito simples forneceu resultados satisfatórios nas trajetórias senoidal e polinomial. Nota-se uma perda do desempenho deste controlador nas inversões de movimento, nas partidas e em velocidades maiores que 0,1 m/s, o que leva a conclusão de que esta dificuldade é decorrente do modelo adotado que não captura a dinâmica do atrito.

## Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Brasil

## Referências

- [1] D. Bavaresco, A. C. Valdiero, M. Rafaikov, and P. Andrighetto. Estudo do Comportamento Dinâmico de um Atuador Pneumático. In *Anais do Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (IV CONEM)*, Recife, Pernambuco, Brasil, 2006.
- [2] D. Bavaresco. Modelagem Matemática e controle de um Atuador Pneumático, Dissertação de Mestrado, UNIJUÍ, 2007
- [3] J. Bobrow, B. W. McDonell. Modeling, Identification, and Control of a Pneumatically Actuated, Force Controllable Robot. In *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 14, No. 5, p. 732-742, October 1998. DOI: 10.1109/70.720349
- [4] Dspace. Floating-point controller board - DS 1102 user's guide, Germany, 1996.
- [5] R. Guenther. E. C. Perondi, E. R. De Pieri, A. C. Valdiero. Cascade Controlled Pneumatic Positioning System with LuGre Model Based Friction Compensation. In *Journal of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.*, Vol. 28, N<sup>o</sup>. 1, p. 48-57, January-March 2006.
- [6] A. Moran, S. Nakadai, M. Nagai. Analysis of Computer-Controlled Pneumatic Servo System for Robotic Applications. In *IEEE International Workshop on Intelligent Robots and Systems*, p. 897-902 vol.2, 1990. DOI:10.1109/IROS.1990.262511.
- [7] M. Rafikov, J. M. Balthazar. Optimal Linear and Nonlinear Control Design for Chaotic Systems. In *International Design Engineering Technical Conferences (IDETC/CIE2005) and Computers and Information in Engineering Conference Long Beach (IDETC/CIE2005)*, California, USA, 2005, doi:10.1115/DETC2005-84998.
- [8] A. C. Valdiero. New Methodology for Identification of the Dead Zone in Proportional Directional Hydraulic Valves. In *International Congress of Mechanical Engineering (18th COBEM)*, Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil, 2005.
- [9] T. Virvalo. Modelling and design of a pneumatic position servo system realized with commercial components. PhD Thesis, Tampere, Finland, 1995.