Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 5, N. 1, 2017.

Trabalho apresentado no CNMAC, Gramado - RS, 2016.

Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

Estudo e Implementações do Número de Envoltória nas Convexidades P3 e Geodésica

Arthur O. B. Lacerda[1]
Erika M. M. Coelho[2]
Instituto de Informática, UFG, Goiânia, GO

1 Introdução

Um grafo G é um par ordenado $(V(G),E(G))$, onde $V(G)$ é um conjunto finito não vazio, cujos elementos são denominados *vértices*, e $E(G)$ é um conjunto de pares de elementos de $V(G)$. Os elementos de $E(G)$ são denominados *arestas*. Neste trabalho, utilizamos as definição e notações usuais em Teoria dos Grafos.

Seja G um grafo simples, isto é, sem laços e multiarestas. Uma *convexidade* sobre $V(G)$ é uma coleção $\mathcal{C}$ de subconjuntos de $V(G)$ tal que $\emptyset, V(G) \in \mathcal{C}$ e $\mathcal{C}$ é fechado para interseções. Os conjuntos em $\mathcal{C}$ são chamados *conjuntos convexos*. A *envoltória convexa* $H(S)$ em $\mathcal{C}$ de um conjunto $S \subseteq V(G)$ é o menor conjunto convexo de $\mathcal{C}$ contendo S. Se $H(S) = V(G)$, para $S \subseteq V(G)$, dizemos que S é um *conjunto de envoltória*. O *número de envoltória* h em $\mathcal{C}$ é a cardinalidade do menor conjunto de envoltória de G.

Algumas convexidades em grafos são definidas por um conjunto $\mathcal{P}$ de caminhos em G, de forma que um conjunto $S \subseteq V(G)$ é convexo se e somente se para todo caminho $P : v_0v_1 \cdots v_l$ em $\mathcal{P}$ tal que v_0 e v_l pertencem a S, todos os vértices de P pertençam a S. Neste sentido, a *convexidade geodésica* [2] é definida quando $\mathcal{P}$ é o conjunto de todos os caminhos mínimos em G e a *convexidade* P_3 [1] é definida quando $\mathcal{P}$ é o conjunto de todos os caminhos de comprimento dois na métrica da palavra [3].

2 Número de Envoltória na convexidade P_3

A determinação do número de envoltória, considerando a convexidade P_3, é um problema NP-completo [1] para grafos gerais. O cálculo do número de envoltória é importante para ajudar na caracterização de classes específicas de grafos, como por exemplo para as árvores e grafos cordais [1]. Em nosso trabalho, foi implementado um algoritmo de força bruta para calcular o número de envoltória para grafos gerais. O algoritmo consiste na aplicação de uma subrotina que calcula a envoltória convexa de um subconjunto de vértices.

[1]arthurlacerda@inf.ufg.br
[2]erikamorais@inf.ufg.br

Para algumas classes, a determinação do número de envoltória é feita em tempo polinomial [1]. Implementamos algoritmos para o cálculo da envoltória para árvores e para grafos cordais [1]. O algoritmo para grafos cordais foi detalhado para evidenciar todos os possíveis casos simplificando a implementação, uma vez que algumas etapas do processamento ficaram implícitas na demonstração feita em [1].

3 Número de Envoltória na convexidade geodésica

Na convexidade geodésica, a determinação do número de envoltória também é um problema NP-completo [2]. Implementamos um algoritmo de força bruta para calcular o número de envoltória para grafos gerais considerando a convexidade geodésica. Essa implementação foi baseada em busca em largura [3].

Assim como na convexidade P_3, a determinação do número de envoltória na convexidade geodésica pode ser feita em tempo polinomial para algumas classes de grafos. Nesse sentido, foram implementados algoritmos para determinação do número de envoltória para as classes de grafos Split e Cografos [2], descrevendo passo a passo todos os procedimentos que devem ser realizados para a implementação.

4 Conclusões

A principal contribuição do trabalho foi implementar algoritmos de força bruta para o cálculo do número de envoltória para as convexidades P_3 e geodésica. Essas implementações podem ser usadas para calcular este número em classes específicas de grafos.

Ainda, os algoritmos de tempo polinomial do cálculo do número de envoltória convexa, em especial o algoritmo para grafos cordais na convexidade P_3, foram detalhados, facilitando a implementação.

Agradecimentos

Agradecimentos à Universidade Federal de Goiás pelo auxílio financeiro.

Referências

[1] C. C. Centeno, M. C. Dourado, L. D. Penso, D. Rautenbach and J. L. Szwarcfiter. Irreversible conversion of graphs, *Theoretical Computer Science*, 412:3693–3700, 2011.

[2] M. C. Dourado, J. G. Gimbel, J. Kratochvíl, F. Protti, J. L. Szwarcfiter. On the computation of the hull number of a graph, *Theoretical Computer Science*, 309:5668–5674, 2009.

[3] J. L. Szwarcfiter. Grafos e algoritmos computacionais, Editora Campus, 1984.