

IDENTIFICAÇÃO DE MODELO ARX SOB CRITÉRIO PACF PARA DESEMPENHO COMPORTAMENTAL DE ESTRUTURAS MEMS

CÍCERO J. M. MOREIRA¹, MANUEL M. P. REIMBOLD¹, AIRAM T. Z. R. SAUSEN¹, MARLON V. MACHADO¹

1. Departamento de Ciências Exatas e Engenharias, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul

Rua do Comércio, 3000 – Campus Ijuí – RS - Brasil

E-mails: *cicero.matematica@gmail.com*, *manolo@unijui.edu.br*, *airam@unijui.edu.br*, *mamat15@hotmail.com*

Abstract—The growing demand for MEMS requires each device to be tested, ensuring the quality of all devices that go to market. However the tests are expensive, increasing the final price. Mathematical modeling is an alternative to verify the quality of MEMS quickly and efficiently. The objective is to find a satisfactory model in with the order selected under the Partial Autocorrelation Function (PACF) criteria. The technique consists of five steps of system identification. The first step is to collect the data obtained from an experimental platform. Then the model order is selected based on the PACF. Then the model parameters are estimated by the least squares method. Then, the model is validated by calculating the percentage error. Quantitatively, the model has an error below 2%. The behavioral performance provides satisfactory results, proving that it is possible to define the order of an appropriate model under the presented criteria.

Keywords—Dynamic System, Gray box modeling, MEMS Sensors, System identification, Time series

Resumo—A crescente demanda de MEMS exige que cada dispositivo seja testado, garantindo a qualidade de todos os dispositivos que vão para o mercado. Porém os testes são caros, aumentando o seu preço final. A modelagem matemática surge como uma alternativa para verificar a qualidade dos MEMS de forma rápida e eficiente. O objetivo do estudo é encontrar um modelo satisfatório com ordem selecionada sob o critério da Função de Autocorrelação Parcial (PACF). A técnica consiste das cinco etapas da identificação de sistemas. A primeira etapa é coletar os dados obtidos de uma plataforma experimental. Então a ordem do modelo é selecionada baseada na PACF. Em seguida os parâmetros do modelo são estimados pelo método dos mínimos quadrados. Depois o modelo é validado calculando o erro percentual e o erro percentual médio absoluto. Quantitativamente, o modelo apresenta erro inferior a 2%. O desempenho comportamental apresenta resultados satisfatórios, comprovando que é possível definir a ordem de um modelo adequado sob os critérios apresentados.

Palavras-chave—Identificação de sistemas, Modelagem caixa cinza, Sensores MEMS, Séries temporais, Sistema Dinâmico

1 Introdução

Sistemas Micro Eletro Mecânicos, ou MEMS, é uma tecnologia que pode ser definida como estruturas eletromecânicas miniaturizadas que são produzidos usando técnicas de micro fabricação. Os MEMS surgem como uma tecnologia promissora para atender as necessidades da sociedade moderna. Aplicações automotivas e produtos eletrônicos são exemplos de áreas onde os sensores MEMS são uma tendência tecnológica.

Os sensores inerciais MEMS tiveram a maior parte da atenção durante as primeiras etapas da adoção dessa tecnologia, durante as décadas de 1990 e 2000 (Wisniowski, 2013). Acelerômetros MEMS têm sido amplamente utilizados desde os anos 90 em *airbags* de veículos como sensores de impacto. Desde então, muitos outros dispositivos se beneficiaram com o uso de sensores de movimento. Os sensores inerciais MEMS, como acelerômetros e giroscópios, estão entre os sensores de maior destaque em dispositivos móveis, como smartphones e tablets, de acordo com a Figura 1 (Yole Développement, 2012b).

O mercado global para smartphones e tablets aumenta a cada ano, movimentando milhões de dólares ao longo dos anos, com uma previsão de aumento, conforme a Figura 2 (Yole Développement, 2012a).

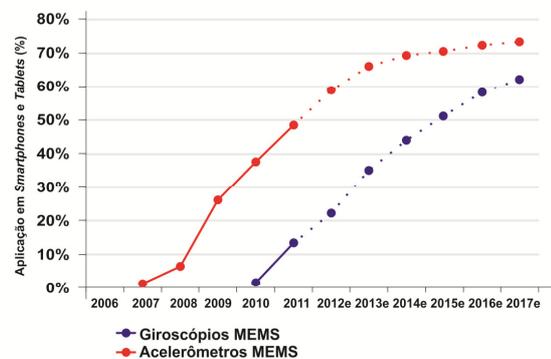


Figura 1. Difusão de sensores inerciais em *Smartphones* e *Tablets*.

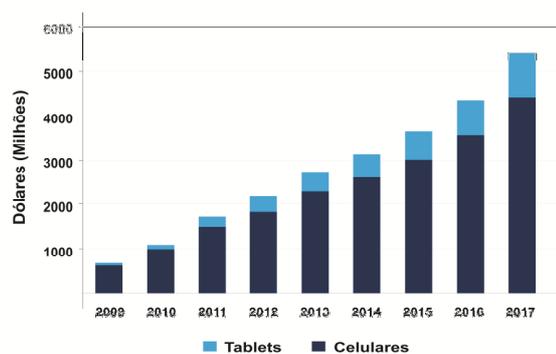


Figura 2. Mercado global de *Smartphones* e *Tablets* (em Milhões de dólares).

O funcionamento básico dos sensores MEMS está associado ao conhecimento físico do sistema, definido pelos parâmetros característicos das estruturas: massa (M), amortecimento (C) e constante elástica (K). Estes parâmetros sofrem influências da forma geométrica do dispositivo, das propriedades dos materiais utilizados na sua fabricação, e pelo meio no qual são inseridos para operar (Song et al, 2010).

Realizar testes de sensores inerciais MEMS é uma tarefa desafiadora, pois sua caracterização exige uma extensa variedade de estímulos físicos (MEMS Investor Journal, 2011). A execução destes testes e calibração de microssensores torna o custo de produção elevado.

Como o conhecimento dos fenômenos da escala micro ultrapassa o limite da física clássica, se faz necessário uma alternativa para a modelagem matemática destas estruturas. A identificação de sistemas se apresenta como uma alternativa adequada para modelar matematicamente os dispositivos MEMS, pois é uma técnica que exige pouco ou nenhum conhecimento prévio do sistema, entretanto os dados dos sinais de entrada e de saída são fundamentais na obtenção do modelo.

O principal objetivo deste artigo consiste em propor um modelo matemático ARX (Autorregressivo com Entradas Exógenas) sob critério da Função de Autocorrelação Parcial.

2 Identificação de Sistemas

A identificação constrói modelos matemáticos de sistemas dinâmicos com base em dados observados a partir dos sistemas (Ljung, 1999) e pode representar características dinâmicas e estatísticas do sistema original (Correa, 1997). Para desenvolvimento deste estudo aplicaram-se as cinco etapas da Identificação de Sistemas:

3.1 Tratamento dos Dados

Nesta etapa é necessário coletar os dados a serem analisados de uma plataforma experimental desenvolvida no *software* ANSYS.

As Figuras 3 e 4 apresentam as geometrias das plataformas desenvolvidas no *software*.

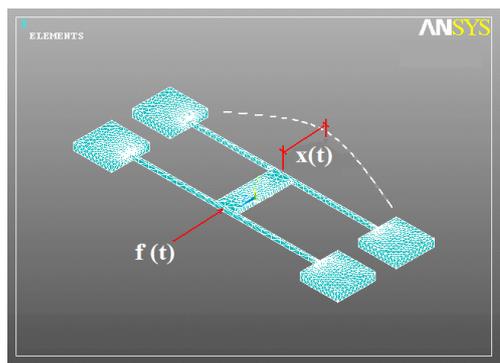


Figura 3. Geometria da plataforma experimental Ponte Dupla

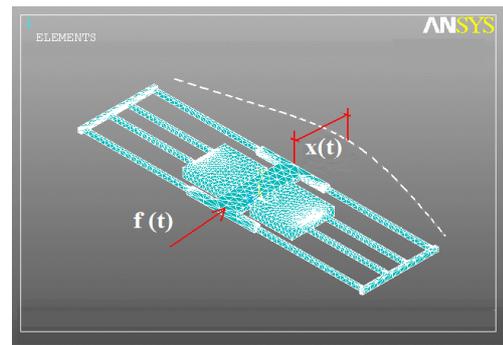


Figura 4. Geometria da plataforma experimental Dobradiça

3.2 Escolha da representação matemática

Há diversas maneiras de se representar o mesmo modelo matemático do comportamento do sistema considerado (Aguirre, 2004). Para o problema abordado, foi escolhido como representação matemática o Modelo Autorregressivo com Entradas Exógenas (ARX), pois o sistema é considerado linear cuja entrada e saída não sofrem perturbações. O formato do modelo ARX é mostrado pela equação (1).

$$A(L)x(n) = B(L)y(n) + e(n) \quad (1)$$

onde $x(n)$ é a saída, $y(n)$ é a entrada, $e(n)$ é o erro entre os dados reais e os dados estimados, $A(L)$ e $B(L)$ são polinômios de operadores de atraso, de ordem p para a saída e ordem r para a entrada, conforme as equações (2) e (3).

$$A(L) = 1 + a_1L^{-1} + a_2L^{-2} + \dots + a_pL^{-p} \quad (2)$$

$$B(L) = b_1L^{-1} + b_2L^{-2} + \dots + b_rL^{-r} \quad (3)$$

Expandindo os polinômios da equação (1) e aplicando o operador de atraso, o modelo ARX(p,r) pode ser escrito da seguinte forma:

$$x(n) = -a_1x(n-1) - \dots - a_px(n-p) + b_1y(n-1) + \dots + b_ry(n-r) + e(n) \quad (4)$$

Observa-se na equação (6) que o modelo ARX descreve a saída atual do sistema em função de valores passados da saída e da entrada. Este tipo de modelo é parcimonioso, pois contém um número pequeno de parâmetros e as previsões obtidas são bastante precisas (Morettin; Tolo, 2006).

3.3 Determinação da estrutura do modelo.

As funções de Autocorrelação (ACF) e Autocorrelação Parcial (PACF) identifica os valores p e q . A análise destas funções permite a tomada de decisão acerca do número p de parâmetros autorregressivos e do número q de parâmetros de médias móveis. Esta

escolha permite que o modelo tenha um menor número de parâmetros dentre todas as outras estruturas de modelo que se ajustem aos dados da série (Silva, 2005). Neste trabalho será analisado somente a PACF, pois o modelo ARX não possui termos de médias móveis.

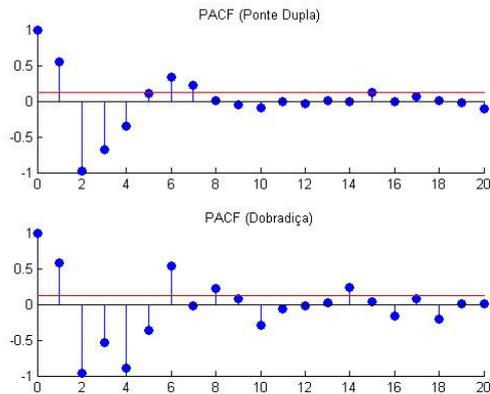


Figura 5. Correlograma: Função de Autocorrelação

Nas estruturas $AR(p)$, a função de autocorrelação apresenta valores nulos para defasagens maiores que a ordem da estrutura, ou seja, $k > p$. Portanto para as duas estruturas considera-se o processo $AR(2)$.

3.4 Estimação de parâmetros.

A estimação dos parâmetros do modelo é realizada pelo método dos mínimos quadrados. A escolha se justifica pela sua facilidade de implementação e eficiência na estimação de sistemas lineares (Reimbold et al, 2012). Dessa forma, parte-se do modelo $ARX(2,1)$ escrevendo na forma matricial:

$$x_n = [-x_{n-1} \quad -x_{n-2} \quad f_{n-1}] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} + e_n \quad (5)$$

Portanto, o sistema é escrito conforme a equação (6):

$$x_n = \varphi^T \theta + e_n \quad (6)$$

onde φ é o vetor linha de regressores, e_n é o erro do modelo e θ é o vetor que contém os parâmetros a serem estimados pelo método, os quais serão obtidos pela equação (7)

$$\theta = (\varphi^T \varphi)^{-1} \varphi^T X \quad (7)$$

3.5 Validação do Modelo

A validação do modelo é realizada a comparação entre as dinâmicas do modelo estimado e do modelo real. Porém, apenas comparar as dinâmicas visual-

mente não mostra a existência de erros do modelo. Portanto, para validar a eficácia do modelo de forma quantitativa, foi utilizado o indicador de Erro Percentual a fim de verificar a porcentagem de erro dos dados estimados em relação aos dados reais. O Erro Percentual é definido pela equação (16):

$$PE = \left(\frac{x_n - \hat{x}_n}{x_n} \right) \times 100 \quad (8)$$

onde x_n é o valor real e \hat{x}_n é o valor estimado.

Também é calculado o Erro Percentual Médio (MPE) fazendo a soma dos erros percentuais dividido pela quantidade de dados analisados, calcula-se a média dos Erros Percentuais. Se os erros positivos compensarem os erros negativos, o resultado do MPE deve ser aproximadamente nulo. O MPE é definido por:

$$MPE = \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_n - \hat{x}_n}{x_n} \right) \times \frac{100}{n} \quad (9)$$

onde x_n é o valor real, \hat{x}_n é o valor estimado e n é a quantidade de dados analisados.

3 Resultados e Discussões

Foram obtidos os seguintes parâmetros para o modelo ARX, representado pela equação (13):

Tabela 1. Parâmetros obtidos para o modelo ARX.

Parâmetro	Double Bridge	Hinge
θ_1	-1,1130	-1,1979
θ_2	0,9739	0,9680
θ_3	0,7372	1,3342

É realizada a comparação entre o desempenho real e o modelo estimado, conforme as figuras 4 e 5

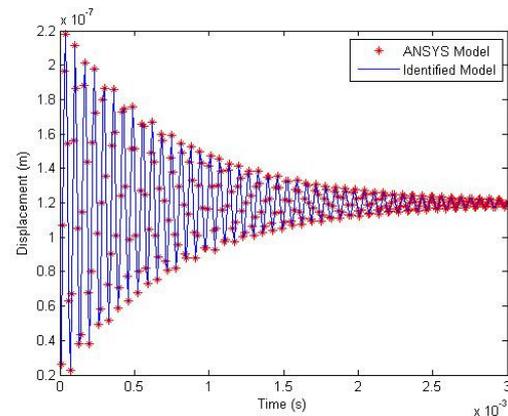


Figura 6. Desempenho comportamental Ponte Dupla

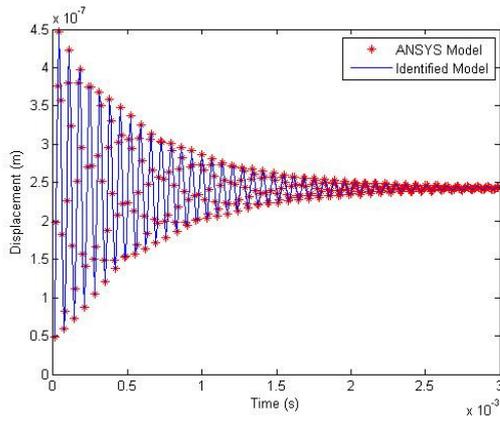


Figura 7. Desempenho comportamental Dobradiça

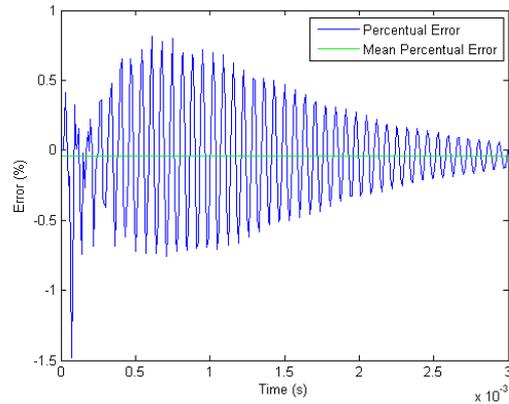


Figura 9. Erro Percentual Dobradiça

Verifica-se a presença de dois regimes de operação distintos: um regime transitório e outro estacionário. Para ambas as estruturas, o sinal de entrada na forma de degrau gera um movimento oscilatório no início do deslocamento, caracterizando o regime transitório do processo. A medida que a oscilação diminui, a estrutura começa a operar em forma estável em torno de um valor, caracterizando o regime estacionário. Para ambas as estruturas, os modelos estimados apresentam uma dinâmica visualmente compatível com a dinâmica experimental real. Este fato pode ser avaliado de forma quantitativa através do erro percentual entre dinâmica da plataforma e a dinâmica do modelo estimado.

Conforme a figura 6 observa-se que em ambas as estruturas o erro percentual é extremamente baixo. Para ambas estruturas o erro máximo foi atingido no regime transitório e em seguida diminuindo tendendo a zero. O maior erro encontrado na estrutura Double Bridge foi de -0.00662% enquanto na estrutura Hinge foi de -1.482%. O Erro Percentual Médio para ambas as estruturas apresentaram um valor próximo de zero, sendo que para a Double Bridge o MPE foi de -0.000804% e para estrutura Hinge foi de -0.042%.

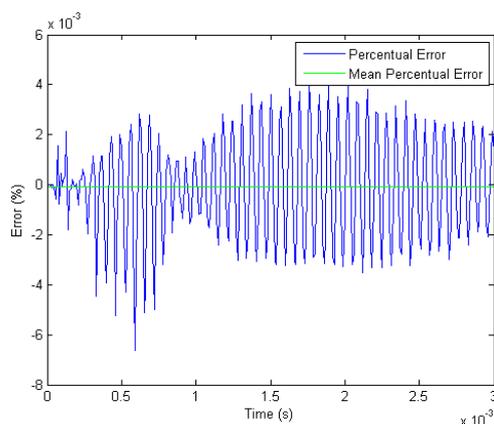


Figura 8. Erro Percentual Ponte Dupla

4 Conclusão

A técnica de modelagem caixa cinza, utilizada neste trabalho, se mostra como uma alternativa eficaz para modelar sensores MEMS. Como a caixa cinza é uma técnica não invasiva, este tipo de modelagem elimina a possibilidade dos dispositivos entrarem em colapso elétrico ou mecânico. Considerando a precisão alcançada nos resultados e praticidade de aplicação, o modelo pode ser utilizado no setor de fabricação para verificar o desempenho dos MEMS a partir da comparação dos sinais. Desta forma verifica-se que a seleção da ordem do modelo pelo critério de Autocorrelação Parcial é válida. Desta forma os resultados obtidos neste trabalho são satisfatórios. Como trabalho futuro deseja-se trabalhar com modelos sazonais (SARX) e não-lineares (NARX)

Agradecimentos

Os autores agradecem a CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e a UNIJUÍ (Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul) pela bolsa concedida.

Referências Bibliográficas

- AGUIRRE, Luis A. (2004) *Introdução a identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais*. Belo Horizonte: UFMG.
- BOX, George E.P; JENKINS, Gwilym, M and REINSEL, Gregory C. (2008) *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Oakland: Holden Day Inc.
- CORREA, V. (2001) *Identificação caixa cinza de sistemas não-lineares utilizando representações NARMAX racionais e polinomiais*. PHD Thesis, UFMG.
- LJUNG, L. (1999) *System Identification: Theory for the user*. London: Prentice Hall.
- MEMS Investor Journal (2011). *Inertial MEMS devices: an overview of testing techniques and considerations*. [WWW] Available from:

<http://www.memsjournal.com/2011/09/inertial-mems-devices-an-overview-of-testing-techniques-and-considerations.html> [Accessed 05/20/13]

REIMBOLD, Manuel M. P et al (2012) Modelo ARMAX de Núcleos Elásticos para Rotores MEMS. In: *XXVII SIM – South Symposium on Microelectronics. Ijuí, April 2012.*

SILVA, Luiza M. O. *Uma aplicação de Árvores de Decisão, Redes Neurais e KNN para a identificação de modelos ARMA Não-Sazonais e Sazonais.* Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

Yole Développement (2012a). *MEMS Trends Issue n° 11.* Available from: [http://www.i-mcronews.com/upload/pdf/MEMS%20Trends July AC.pdf](http://www.i-mcronews.com/upload/pdf/MEMS%20Trends%20July%20AC.pdf) [Accessed 05/20/13]

Yole Développement (2012b). *The growth of MEMS Market* [PDF] Yole Développement. Available from: <http://www.semi.org/eu/sites/semi.org/files/docs/Semi%20day%20-20Yole%20LR%20presentation%20rev0.pdf> [Accessed 05/20/13]